УДК 531.3:681.2 DOI 10.21685/2307-4205-2018-1-2

В. В. Смогунов, Н. К. Юрков, Н. С. Кузнецов

ИНЖЕНЕРИЯ АЛГОРИТМОВ И МОДЕЛЕЙ НАНОРАЗРУШЕНИЙ ГЕТЕРОСТРУКТУР

V. V. Smogunov, N. K. Yurkov, N. S. Kuznetsov

ENGINEERING ALGORITHMS AND MODELS NANOMETROLOGY HETEROSTRUCTURES

Аннотация. *Актуальность и цели.* Изделия мехатроники широко применяются во многих передовых технологиях и системах современной экономики – компьютерах, приборо-, машиностроении, авиа- и судостроении, медицинской технике. Надежность гетероструктур, составляющих основы мехатроники, применяющихся в экстремальных условиях как на земле, под водой, так и в космосе, во многом определяет работоспособность сложной техники. Тематика статьи связана с синтезом алгоритмов и построением моделей наноразрушений гетероструктур актуальна в условиях четвертой промышленной революции. Цель работы – повышение надежности гетероструктур на основе ее прогнозирования на базе созданных математических моделей, что обеспечивает безотказность и конкурентоспособность сложных технических систем, в том числе вооружений и военной техники. *Материалы и методы.* Используются три основных метода проведения анализа: обобщение информации об отказах, инструментальное исследование отказов, математическое моделирование процессов, приводящих к отказам с использованием детерминированных моделей математической физики. Показано, что от 60 до 90 % отказов изделий происходит из-за соединений разнородных материалов, основными причинами которых являются отказы сварных и паяных соединений многослойных структур и залитых соединений разнородных материалов: аморфных, кристаллических, проводников, полупроводников и диэлектриков, органических и неорганических, монолитных и пористых. Модель гетерогенных структур строится на системе уравнений Ламе для перемещений в полярных координатах в матричной форме, представляющей трансцендентное уравнение относительно собственного числа уравнения, отыскиваемого методом Мюллера. *Результаты и выводы.* В качестве обобщенной гетерогенной структуры использована наноструктура Ж. И. Алферова; предложена многофазная анизотропная структура из разнородных материалов типа фрактальных скрепленных и свободных кластеров. Установлен новый эффект локальной коррозии в трубах горячего городского водоснабжения под действием виброударных нагрузок движущегося транспорта в условиях интенсивного городского движения. Приведены алгоритмы анализа отказов гетероструктур, ана-

Abstract. *Background*. Mechatronics products are widely used in many advanced technologies and systems of the modern economy – computers, instrumentation, mechanical engineering, aircraft and shipbuilding, medical equipment. The reliability of heterostructures that make up the fundamentals of mechatronics, used in extreme conditions both on land, under water, and in space, largely determines the operability of complex equipment. The subject of the article is connected with the synthesis of algorithms and the construction of models of nanodisruptions of heterostructures is relevant in the conditions of the fourth industrial revolution. The aim of the work is to increase the reliability of heterostructures based on its prediction based on the created mathematical models, which ensures the reliability and competitiveness of complex technical systems, including weapons and military equipment. *Materials and methods.* Three main methods of analysis are used: generalization of information on failures, instrumental failure studies, mathematical modeling of processes leading to failures using deterministic models of mathematical physics. It is shown that 60 to 90 % of product failures are due to compounds of dissimilar materials, the main causes of which are failures of welded and soldered joints of multilayer structures and filled compounds of dissimilar materials: amorphous, crystalline, conductors, semiconductors and dielectrics, organic and inorganic, monolithic and porous. The model of heterogeneous structures is constructed on the system of Lame equations for displacements in polar coordinates in a matrix form representing a transcendental equation with respect to the eigenvalue of the equation sought by the Muller method. *Results and conclusions*. As a generalized heterogeneous structure, the nanostructure of J.I. Alferov; A multiphase anisotropic structure is proposed from heterogeneous materials such as fractal bonded and free clusters. A new effect of local corrosion in hot urban water supply pipes is established under the action of vibro-impact loads of moving vehicles in conditions of intensive urban traffic. Algorithms for analyzing failures of heterostructures, analytical algorithms and models of generalized heterostructures, including electric power, are given. Finite-element models of stress fields for solving plane and spatial problems are described. The algorithms of failure dynamics of compounds of dissimilar materials are given.

литические алгоритмы и модели обобщенных гетероструктур, в том числе электроэнергетики. Описаны конечно-элементные модели полей напряжений для решения плоских и пространственных задач. Даны алгоритмы динамики отказов соединений разнородных материалов.

Ключевые слова: мехатронная гетероструктура, динамика, информационно-вычислительный комплекс, электроэнергетика.

Key words. mechatronic quantum heterostructure, dynamics, information and computing complex, electricity.

Введение

Изделия мехатроники используются во всех технологиях и системах современной экономики – компьютерах, приборо-, машиностроении, авиа- и судостроении, медицинской технике, применяющихся в экстремальных условиях на земле, под водой и в космосе.

Прогресс мехатроники обеспечивает конкурентоспособность технологий и систем, связан с применением новых материалов гетероструктур из разнородных материалов, в первую очередь многослойных. Известные гетероструктуры Ж. И. Алферова базируются на 8-слойной гетероструктуре – металл, окись кремния, пять слоев AlGaAS, металл.

Множество гетеропереходов из самых разных материалов осесимметричного и плоского типов непосредственно обеспечивают безотказность конкурентоспособных вооружений и военной техники. Вместе с тем безотказность мехатроники связана с разрушениями гетероструктур.

Алгоритм анализа отказов гетероструктур

Современные изделия мехатроники в общем виде представляют собой набор готовых блоков, состоящих в зависимости от назначения изделия из блоков приема, передачи и обработки информации, а также блоков питания, преобразователей, исполнительных и т.п. [1].

Основными элементами блока являются платы с установленными на них электрорадиоизделиями, элементами коммутации, корпуса и рабочая среда.

Платы представляют собой пластины-носители электрорадиоизделий. Платы могут быть выполнены из фольгированного стеклотекстолита – однослойные и многослойные с коммутирующими элементами из фольговых медных проводников, а также из керамики или металла с многослойным покрытием из слоев диэлектриков и металлических коммутирующих слоев [2].

Электрорадиоизделия выполняют роль функциональных элементов блока. Назначение, устройство и конструктивное оформление электрорадиоизделий варьируются неограниченно, однако все варианты имеют, по меньшей мере, два сходных признака: все без исключения электрорадиоизделия имеют электрические вводы-выводы, практически во всех случаях электрорадиоизделия крепятся к плате [3, 4].

Корпуса блоков и электроизделий имеют, как правило, каноническую форму (параллелепипед, цилиндр, конус, шар), выполняются как из металлов, так и из диэлектриков. Электрические вводы–выводы в корпус осуществляются с помощью гермопереходов. Гермопереход состоит из металлического токоввода, изолятора (стекло, керамика, полимер) и обоймы. Соединение корпуса с крышкой, гермопереходы и другое в зависимости от назначения блока должны удовлетворять тем или иным требованиям по герметичности.

Рабочая среда, заполняющая корпус блока, может представлять собой воздух, инертный газ, монолитный либо вспененный полимер, заливаемый на завершающем этапе сборки блока.

Технология серийного производства состоит из следующих технологических процессов [5, 6]:

– процесс формообразования деталей;
– процессов обработки поверхности;
– процесс нанесения покрытий;
– процесс монтажа, сборки и герметизации (пайка, сварка, склейка, опрессовка, заливка и др.).

Подавляющее большинство технологических операций при нанесении покрытий, монтаже, сборке и герметизации изделий представляет собой операции соединения различных элементов и деталей.

Считается, что в любом изделии всегда можно выделить конструктивный элемент, содержащий физический элемент, процессы в котором явились причиной отказа. При установлении причины и механизма отказов объектом физико-химического анализа являются не конструктивные, а определенные физические элементы, вплоть до моноатомных слоев. За границу элемента принимают поверхность, на которой скачкообразно изменяются термодинамические параметры в пространстве и во времени.

Предлагается анализируемое изделие разделять на элементы до тех пор, пока не будут найдены такие элементы, для которых в физике отказов уже имеются достоверные данные о причинах и механизмах отказов при определенных условиях [7, 8].

Современный анализ отказов предполагает три основных группы задач и методов проведения анализа: обобщение информации об отказах, инструментальное исследование отказов, математическое моделирование процессов, приводящих к отказам с использованием детерминированных моделей математической физики.

Обобщение и анализ информации об отказах изделий проводятся по отчетам и обзорам Центров анализа отказов, а также с привлечением реальных данных по технически неизбежному отходу и браку в процессе серийного производства с использованием алгоритмов информационного обеспечения анализа отказов.

Суммируя информацию по всем проанализированным источникам, можно утверждать, что самыми отказывающими элементами конструкций являются различного рода соединения разнородных материалов. В частности, наибольшее число отказов приносят соединения, по которым проходят электрические сигналы. Это явление получило даже специальное название «Тирания контактных соединений». Переход от дискретной технологии к интегральной позволил в существенной мере решить проблему повышения надежности операционных элементов изделий, однако не устранил «тирании контактных соединений»; значительная часть приборов в интегральном исполнении отказывает из-за дефектности контактных электромонтажных соединений. Более того, переход к интегральными технологиям привел к тому, что современное изделие, изготовленное по гибридной технологии, например, на 90 % состоит из соединений разнородных материалов, при этом до 95 % отказов приходится на отказы соединений разнородных материалов [9, 10].

Детальный анализ информации об отказах изделий в производстве опытных образцов изделий при изготовлении установочных партий и серийных изделий, с одной стороны, технологических потерь и брака – с другой, и, наконец, информации об отказах из эксплуатации показывает, что причинами отказов в подавляющем большинстве случаев являются отказы сварных и паяных соединений многослойных структур и залитых соединений разнородных материалов аморфных, кристаллических проводников, полупроводников и диэлектриков, органических и неорганических, монолитных и пористых.

Анализируя информацию об отказах изделий, выпускаемых в нашей стране, а также зарубежной промышленностью, эта закономерность является достаточно общей: от 60 до 90 % отказов изделий происходит из-за соединений разнородных материалов.

Системный анализ отказов мехатроники по созданным алгоритмам показывает, что все воздействующие факторы – силовые, тепловые, влажностные, радиационные, геомагнитные и другие могут быть обобщены в напряженно-деформированном состоянии гетероструктур. Данное обстоятельство позволяет считать актуальной проблему наноразрушения гетероструктур канонических форм [11, 12].

Аналитические алгоритмы и модели гетероструктур

Рассматривается полая N – цилиндрическая конструкция длины L, находящаяся под действием произвольного радиального поля температур $T_1(r)$, $T_2(r)$, … , $T_N(r)$, не вызывающего пластических деформаций в слоях. Из-за отсутствия градиента температур в осевом направлении задача является осесимметричной. Нумерация слоев принята от внутреннего слоя к наружному.

Уравнение термоупругости в перемещениях для i-го цилиндрического слоя имеет вид

$$\frac{d^2U_i(r)}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dU_i(r)}{dr}-\frac{U_i(r)}{r^2}=\frac{1+\nu_i}{1-\nu_i}\alpha_i\frac{dT_i(r)}{dr}, \qquad (1)$$

где $U_i(r)$ – функция радиальных перемещений в i-м слое; ν_i, α_i – коэффициент Пуассона и КЛТР материала i-го элемента.

Краевыми условиями для решения системы N дифференциальных уравнений (1) являются:

– отсутствие радиальных перемещений на оси вывода, отсутствие радиальных напряжений на наружной поверхности конструкции

$$U_i(0) = 0\,, \tag{2}$$

$$\sigma_N^r\left(R_{N+1}\right) = 0\,; \tag{3}$$

– условия неразрывности деформаций между слоями

$$\sigma_i^r\left(R_{i+1}\right) = \sigma_{i+1}^r\left(R_{i+1}\right), \tag{4}$$

$$U_i\left(R_{i+1}\right) = U_{i+1}\left(R_{i+1}\right). \tag{5}$$

При интегрировании уравнения (1) получается решение, выраженное через постоянные интегрирования C_i:

$$U_i(r) = \frac{1}{r}\,\frac{1+\nu_i}{1-\nu_i}\int_{R_i}^{r}\alpha_i T_i(r)\,r\,dr + C_{ri-1}r + \frac{C_{ri}}{r}. \tag{6}$$

Неизвестные постоянные C_i определяются из краевых условий (2)–(5). При этом радиальные переменные $U_i(r)$ и радиальные напряжения $\sigma_i^r(r)$ связаны соотношением теории термоупругости

$$\sigma_i^r(r) = \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-r\,\nu_i)}\left[(1-\nu_i)\frac{dU_i(r)}{dr} + \nu_i\frac{U_i(r)}{r} + \nu_i\varepsilon_i^z - (1+\nu_i)\alpha_i T_i(r)\right], \tag{7}$$

где E_i – модуль упругости i-го слоя; ε_i^z – осевая деформация i-го слоя.

Неизвестная величина ε_i^z определяется из следующих условий:

1) плоские поперечные сечения при деформации остаются плоскими и не поворачиваются относительно оси конструкции

$$\varepsilon_i^z = \varepsilon_{T_i}^z + \varepsilon_{y_i}^z = \varepsilon^z = \text{const}\,, \tag{8}$$

где $\varepsilon_{T_i}^z = \alpha_i \Delta T_i$ – температурная деформация i-го слоя, при воздействии на него температурного перепада ΔT_i; $\varepsilon_{y_i}^z$ – упругая деформация i-го слоя

$$\Delta T_i = T_i\left(\frac{R_i + R_{i+1}}{2}\right); \tag{9}$$

2) внутренние силы в слоях в осевом направлении взаимно уравновешиваются

$$\sum_{i=1}^{N}\left[\int_{R_i}^{R_{i+1}}\sigma_i^z(r)\,r\,dr\right] = 0\,, \tag{10}$$

где $\sigma_i^z(r)$ – осевые напряжения в i-м слое.

Напряжения $\sigma_i^z(r)$ связаны с перемещениями $U_i(r)$ следующим соотношением теории термоупругости:

$$\sigma_i^z(r) = \frac{E_i}{\left(1+\nu_i\right)\left(1-r\,\nu_i\right)}\left[\left(1-\nu_i\right)\varepsilon_i^z + \nu_i\frac{dU_i(r)}{dr} + \nu_i\frac{U_i(r)}{r} - \left(1+\nu_i\right)\alpha_i T_i(r)\right]. \tag{11}$$

Тогда условие (10) можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}\left[\int_{R_i}^{R_{i+1}}(1-\nu_i)\varepsilon_i^z r\,dr + \int_{R_i}^{R_{i+1}}\nu_i\frac{dU_i(r)}{dr} + \int_{R_i}^{R_{i+1}}\nu_i\frac{U_i(r)}{r}rdr - \int_{R_i}^{R_{i+1}}(1+\nu_i)\alpha_i T_i(r)\,r\,dr\right] = 0\,. \tag{12}$$

После преобразований получается

$$\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{E_i\nu_i\left(R_{i+1}^r-R_i^2\right)}{(1-\nu_i)(1-2\nu_i)}C_{ri-1}+\frac{E_i(1-\nu_i)\left(R_{i+1}^2-R_i^2\right)}{2(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}\varepsilon_i^z-\frac{E_i\alpha_i}{1-\nu_i}T_i(R_{i+1})\right]=0, \quad (13)$$

где

$$T_i(r)=\int_{R_i}^{r}T_i(r)r\,dr. \quad (14)$$

Для определения C_i и упругих деформаций необходимо решить совместно систему уравнений (2)–(5), (10). С учетом преобразований (6), (11), (13) получается система алгебраических уравнений для определения неизвестных величин C_i, ε_i^z

$$R_{i+1}C_{2i-1}+\frac{1}{R_{i+1}}C_{ri}-R_{i+1}C_{ri+1}-\frac{1}{R_{i+1}}C_{ri+2}=\frac{1}{R_{i+1}}\frac{1+\nu_i}{1-\nu_i}\alpha_iT_i(R_{i+1}),$$
$$i=1,\ 2,\ldots,\ N-1;$$

$$\frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}C_{ri-1}-\frac{E_i}{(1+\nu_i)R_{i+1}^2}C_{ri}-\frac{E_{i+1}C_{ri+1}}{(1+\nu_{i+1})(1-2\nu_{i+1})}+\frac{E_{i+1}C_{ri+2}}{(1+\nu_{i+1})R_{i+1}^2}+$$
$$+\left[\frac{E_i\nu_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}-\frac{E_{i+1}\nu_{i+1}}{(1+\nu_{i+1})(1-2\nu_{i+1})}\right]\varepsilon^z=\frac{E_i}{(1-\nu_i)R_{i+1}^2}\alpha_iT_i(R_{i+1});$$

$$\frac{1}{1-2\nu_N}C_{2N-1}-\frac{1}{R_{N+1}^2}C_{2N}+\frac{\nu_N}{1-2\nu_N}\varepsilon^z=\frac{1+\nu_N}{1-\nu_N}\frac{1}{R_{N+1}^2}\alpha_NT_N(R_{N+1});$$

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{E_i\nu_i(R_{i+1}^2-R_i^2)}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}C_{ri-1}+\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{E_i(1-\nu_i)(R_{i+1}^2-R_i^2)}{2(1+\nu_i)(1-2\nu_i)}\right]\varepsilon^z=\sum_{i=1}^{N}\frac{E_i\alpha_i}{1-\nu_i}T_i(R_{i+1}).$$

Из выражения (6) следует, что в этом случае $C_2 = 0$ (при $R_i = 0$).

После определения постоянных интегрирования C_i радиальные $\sigma_i^r(r)$, окружные $\sigma_i^\theta(r)$ и осевые $\sigma_i^z(r)$ определяются по формулам

$$\sigma_i^r(r)=\frac{E_i}{1+\nu_i}\left[\frac{C_{ri-1}}{1-2\nu_i}-\frac{C_{ri}}{r^2}+\frac{\nu_i\varepsilon_i^z}{1-2\nu_i}-\frac{1+\nu_i}{1-\nu_i}\frac{\alpha_i}{r^2}T_i(r)\right],$$

$$\sigma_i^\theta(r)=\frac{E_i}{1+\nu_i}\left[\frac{C_{ri-1}}{1-2\nu_i}+\frac{C_{ri}}{r^2}+\frac{\nu_i\varepsilon_i^z}{1-2\nu_i}-\frac{\alpha_i(1+\nu_i)}{1-\nu_i}T_i(r)+\frac{\alpha_i}{r^2}\frac{1+\nu_i}{1-\nu_i}T_i(r)\right],$$

$$\sigma_i^z(r)=\frac{E_i}{1+\nu_i}\left[\frac{2\nu_i}{1-2\nu_i}C_{ri-1}+\frac{1-\nu_i}{1-2\nu_i}\varepsilon_i^z-\frac{1+\nu_i}{1-\nu_i}\alpha_iT_i(r)\right].$$

Радиальные перемещения определяются по формуле (6).

Аналогично определяются и касательные напряжения между слоями конструкции

$$\tau_1^{rz}=\frac{r}{R_2L}\int_{R_1}^{R_2}\sigma_1^z(r)r\,dr,$$

$$\tau_i^{rz} = \frac{r}{R_{i+1} L}\int_{R_1}^{R_2} \sigma_1^z(r)\,dr + \frac{R_i}{R_{i+1}}\tau_{i-1}^{rz},$$

где L – осевая длина соединения, $i = 2, 3, \dots, N-1$.

Конечно-элементные модели полей напряжений

Алгоритм моделирования.

Основные задачи изготовления гетероструктур и изделий с ними могут быть сведены к пространственной задаче определения напряженно-деформированного состояния соединений под действием неоднородного температурного поля. Алгоритм моделирования напряженно-деформированного состояния осесимметричных соединений строится на решения уравнений Ламе:

$$(\lambda + 2G)\frac{\partial e}{\partial r} - 2G\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} - \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z}\right) - (3\lambda + 2G)\alpha\frac{\partial T}{\partial r} = 0,$$

$$(\lambda + 2G)\frac{1}{r}\frac{\partial e}{\partial \theta} - 2G\left(\frac{\partial \omega_r}{\partial z} - \frac{\partial \omega_z}{\partial r}\right) - (3\lambda + 2G)\frac{\alpha}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} = 0,$$

$$(\lambda + 2G)\frac{\partial e}{\partial z} - \frac{2G}{r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} - \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta}\right) - (3\lambda + 2G)\alpha\frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Объемная деформация e и компоненты вращения $\omega_{r,}\ \omega_\theta, \omega_z$ выражаются через компоненты смещения U, θ, ω следующим образом:

$$e = \frac{1}{r}\frac{\partial (rU)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial z};$$

$$\omega_r = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{\partial V}{\partial z}\right);$$

$$\omega_\theta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial U}{\partial r}\right);$$

$$\omega_z = \frac{1}{2}r\left(\frac{\partial (rV)}{\partial r} - \frac{\partial U}{\partial \theta}\right),$$

где α – КЛТР; λ, G – постоянные Ламе.

Краевые условия:

$$\sigma_{zz} = 0;\ \tau_{rz};\ \tau_{\theta z}\ \text{– на плоскости } z = 0;$$

$$\sigma_{rr(1)} = \sigma_{rr(3)};\ \tau_{rz(1)} = \tau_{rz(3)};\ \tau_{r\theta(1)} = \tau_{r\theta(3)};$$

$$U_1 = U_3;\ \ \theta_1 = \theta_3;\ \ \omega_1 = \omega_3\ \text{– на поверхности раздела;}$$

$$\sigma_{rr} = 0;\ \ \tau_{rz} = 0;\ \ \tau_{rz(3)};\ \ \tau_{r\theta} = 0\ \text{– на поверхности цилиндра;}$$

$$\omega = 0;\ \tau_{rz} = 0;\ \ \tau_{rz(3)};\ \ \tau_{\theta z} = 0\ \text{– на плоскости симметрии по } z;$$

$$U = 0;\ \ \theta = 0\ \text{– на оси } 0z,$$

$$U_2 = U_3;\ \ \theta_2 = \theta_3\ \text{– на криволинейной поверхности;}$$

$$\omega_2 = \omega_3;\ \ \sigma_{ij(2)}\nu_j = \sigma_{ij(3)}\nu_j\ \text{ сопряжения.}$$

При выражении напряжений в граничных условиях через перемещения с помощью физических и геометрических уравнений получается замкнутая система дифференциальных уравнений.

Аналогично записывается система для плоских гетероструктур.

Наиболее эффективным методом решения такого рода систем является полуаналитический метод конечных элементов, позволяющий разделить исходную задачу на совокупность более простых, сводящихся к системам алгебраических уравнений.

Разделение осуществляется путем разложения искомых функций и нагрузок по окружной координате в ряды Фурье. Для каждой из гармоник решение сводится к системе алгебраических уравнений вида

$$\left[K^{LL}\right]\left\{\delta^{L}\right\}=\left\{F^{L}\right\},$$

где $\left[K^{LL}\right]$ – матрица жесткости для системы конечных элементов; $\left\{\delta^{L}\right\}$ – столбец узловых неизвестных; $\left\{F^{L}\right\}$ – столбец узловых температурных сил.

Матрица жесткости для каждого элемента l имеет вид

$$\left[K^{LL}\right]^{l}=\begin{vmatrix} \left[K_{ii}^{LL}\right] & \left[K_{ij}^{LL}\right] & \left[K_{iK}^{LL}\right] \\ \left[K_{ji}^{LL}\right] & \left[K_{jj}^{LL}\right] & \left[K_{iK}^{LL}\right] \\ \left[K_{Ki}^{LL}\right] & \left[K_{Kj}^{LL}\right] & \left[K_{KK}^{LL}\right] \end{vmatrix},$$

где подматрицы $\left[K_{ij}^{LL}\right]$ размерности 3×3 строятся следующим образом

$$\left[K_{ij}^{LL}\right]=\iiint_{V}\left[B_{i}^{L}\right]^{T}\left[D\ \right]\left[B_{j}^{L}\right] r\, dr\, dz\, d\phi ,$$

где $\left[B_{j}^{L}\right]$ – матрица упругих деформаций для узла

$$\left[B_{j}^{L}\right]=\left[\overline{B}_{i}\right]^{L}\sin L\theta+\left[\overline{\overline{B}}_{i}\right]^{L}\cos L\theta ;$$

$\left[D\right]$ – матрица упругости для элемента l, с учетом свойства ортогональности

$$\left[K_{ji}^{LL}\right]=\pi\left\{\left[\overline{K}_{ji}^{LL}\right]+\left[\overline{\overline{K}}_{ji}^{LL}\right]\right\}.$$

Функция распределения температур $T\ (r,\ z,\theta)$ представляется также в виде ряда Фурье

$$T\ (r,\ z,\theta)=T_{0}+\sum_{L=1}^{l}\left[\overline{T}(r,z)\sin L\theta+\overline{\overline{T}}(r,z)\cos L\theta\right].$$

Матрица начальных температурных деформаций имеет вид

$$\left[\varepsilon_{0}\right]=\sum_{L=1}^{l}\left[\left\{\bar{\varepsilon}_{0}\right\}\sin L\theta+\left\{\bar{\bar{\varepsilon}}_{0}\right\}\cos L\theta\right].$$

Узловые силы от воздействий начальных температурных деформаций для элемента l равны

$$\left[F^{L}\right]_{T}^{l}=\iiint_{V}\left[B\right]^{T}\left[D\right]\left\{\varepsilon_{0}\right\}dV=\pi\left\{\left[\overline{F}_{i}^{L}\right]+\left[\overline{\overline{F}}_{i}^{L}\right]\right\}.$$

Формирование матриц жесткости и узловых температурных сил для системы элементов осуществляется стандартным образом.

Таким образом, для каждой из L гармоник определяются матрицы $\left[K^{LL}\right]$ и $\left[F^{L}\right]$ системы, из которых определяются L-компоненты вектора перемещений, после чего по соотношениям для деформаций напряжений теории упругости определяется напряженно-деформированное состояние каждого элемента, полученные решения суммируются для каждой гармоники, и таким образом решается задача для всего соединения в целом.

Отметим, что при интегрировании использовался метод приближенного интегрирования, проверенный на тестовых задачах и показавший хорошие результаты точности.

В случае однородного температурного поля рассмотренный алгоритм упрощается, остается только одно постоянное слагаемое T_0. В системе уравнений напряженного или деформированного состояний количество неизвестных, описывающих перемещения, уменьшается до двух, а компонент деформаций и напряжений – до трех.

Для решения плоских и пространственных задач по изложенному алгоритму разработаны подпрограммы подготовки исходных данных, предусматривающие разбиение расчетной области в рассматриваемых сечениях на элементы треугольной формы, закрепление произвольных узловых точек в разбиении для задания граничных условий в перемещениях, тепловое нагружение элементов. В программе реализован алгоритм автоматического неравномерного разбиения расчетной области.

Исследование полей напряжений в гетероструктурах осесимметричного и плоского типа с учетом реальных геометрических и прочих параметров соединений проводилось в постановке осесимметричного или плоского деформированного состояния при предполагаемом известном распределении температуры в объеме соединений для всего многообразия гетероструктур.

Вычисляются безразмерные параметры напряжений $\bar{\sigma}_i = \dfrac{\sigma_i}{E\alpha|\Delta T|}$; $\bar{\sigma}_z = \dfrac{\sigma_z}{E\alpha|\Delta T|}$.

Из проведенных исследований осесимметричных и плоских полей напряжений соединений отчетливо прослеживается закономерность весьма существенной зависимости интенсивности напряжений от геометрии сопряжений.

Алгоритмы динамики отказов гетероструктур

Алгоритмы динамики отказов гетероструктур включают описанные выше и обобщенные в данном разделе.

Гетерогенные структуры обычно включают различного рода непрерывные и дискретные многофазные соединения упругих, вязкоупругих, пластичных и других фаз и слоев. Разработанные авторами модели динамики гетерогенных структур строятся на основе механики отказов и включают модели динамики сплошных и дискретных сред и модели деформирования гетерогенных структур, модели колебаний и ударных процессов в гетерогенных структурах, а также модели диффузии и разрушения по границам раздела разнородных фаз.

Развиваемая теория моделирования поведения гетерогенных структур в условиях жестких и сверхжестких воздействующих факторов позволяет оценить их работоспособность, качество, надежность [2].

Если рассматривать надежность как устойчивость некоторого набора качеств по отношению к внешним воздействующим факторам, то для многомерного евклидова пространства качества V математическое ожидание числа пересечения траекторий $V(t)$ границы Г допустимой области Ω_0 в направлении внешней нормали к поверхности Г (положительное пересечения) можно определить в рамках следующей модели:

$$V(\Gamma;t) = \int\limits_{\Gamma} d\Gamma \int\limits_{\dot{t}_n > 0} p(V_\Gamma, \dot{V};t)\dot{V}_n \, d\dot{V},$$

где $\dot{V}_n = (\dot{V}, n)$ – нормальная составляющая первой производной от процесса; $P(\dot{V}_\Gamma, \dot{V};t)$ – первая производная вектора $V(t)$.

Модель применима для кусочно-гладких поверхностей, а также для многосвязных и неограниченных областей.

В этой модели самое сложное – установление границ допустимой области того или иного параметра качества при воздействии различных факторов. Данное затруднение носит принципиальный характер и имеет фундаментальное значение для теории и практики обеспечения надежности.

Основной причиной отказов гетерогенных структур типа неразъемных соединений разнородных материалов (составляют 95…99 % всех гетерогенных структур) является субмикротрещинообразование по открытым границам соединений. В качестве модели, позволяющей преодолеть упомянутое затруднение предлагается следующая модель зарождения субмикротрещин:

$$U(r;\phi) = Ar^{\alpha} \cdot \eta(\phi),$$

где U – вектор перемещений, $\eta(\phi)$ – собственная функция некоторой задачи Штурма – Лиувилля, α – собственное число этой задачи, имеющее положительную действительную часть, A – коэффициент интенсивности напряжений.

В известной модели Гриффитса – Ирвина – Орована рассматривается тело с трещиной, здесь $\alpha = 0{,}5$ и разрушение тела из однородного изотропного материала наступает тогда, когда коэффициент интенсивности напряжения достигает критического значения $A_{кр}$, являющегося константой материала. Модель не применима при $\alpha \neq 0{,}5$, что имеет место в случаях гетерогенных структур.

Модель гетерогенных структур строится на системе уравнений Ламе для перемещений в полярных координатах в матричной форме $Ax = 0$, представляющей трансцендентное уравнение относительно параметра α, отыскиваемого методом Мюллера.

Задача нахождения коэффициента A ставится в вариационной формулировке, позволяющей получить разрешающие уравнения, строго соответствующие исходным гипотезам.

Принцип возможных перемещений для деформируемого тела в вариациях представляется в модели типа

$$\iiint_V \delta\bar{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\bar{\sigma}dv = \iiint_V \delta\bar{u}^{\mathrm{T}}\bar{g}dV + \iint_{S_P} \delta\bar{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\bar{\sigma}ds$$

(где Т – знак транспонирования; δ – вариации; ε, σ, u – деформации, напряжения, перемещения в вектор-матричной форме; g, p – объемные и поверхностные силы; V – объем; S_P – поверхность, где заданы силы P), позволяющий получить дифференциальное уравнение равновесия и обеспечить выполнение граничных условий.

Модели динамики гетерогенных структур могут быть получены из модели типа

$$\iiint_V \delta\bar{\varepsilon}^{\mathrm{T}}\bar{\sigma}d\mathrm{v} = \iiint_V \delta\bar{u}^{\mathrm{T}}\bar{g}d\mathrm{v} + \iint_{S_P} \delta\bar{\mathrm{u}}^{\mathrm{T}}\bar{\mathrm{p}}ds - \iiint_V \delta\bar{u}^{\mathrm{T}}\rho\ddot{\mathrm{u}}d\mathrm{v}\,.$$

Здесь ρ – плотность, $\ddot{\mathrm{u}}$ – вторая производная от u по времени τ, полученной дополнением работой сил инерции при возможных перемещениях и которую нужно дополнить начальными условиями о распределении перемещений и скоростей всех точек тела при $\tau = 0$.

В качестве обобщенной гетерогенной структуры мехатроники предложена многослойная анизотропная структура из разнородных материалов типа фрактальных скрепленных и свободных кластеров.

Уравнение движения гетерогенной структуры записывается в виде

$$\delta A = \delta A_i + \delta A_e + \delta A_t = 0\,,$$

здесь δA – виртуальная работа всех внутренних (δA_i), внешних (δA_e) и инерционных сил (δA_t).

Для двух разнородных материалов

$$\delta A_t = -\sum_{i=1}^{N}\int_0^a \rho h\frac{\partial W_i}{\partial t^2}\delta W_i\,dx - \sum_{i=1}^{N=1} 0\int_0^a dx\int_0^{H_i} \rho_1\frac{\partial U_i}{\partial t^2}\delta U_i dy\,,$$

здесь a – характерный размер; ρ, ρ_1 – объемные плотности слоев; h, H_i – толщины слоев:

$$\delta A_e = -\sum_{i=1}^{N}\int_0^a F\rho h\delta W_1 dx - \sum_{i=1}^{N}\int_0^a dx\int_0^{H_i} F\rho_1\delta U_i dy\,,$$

где F – заданная перегрузка.

$\delta A_{in} = -\int_0^a M\delta\chi dx$ – для тонких слоев, здесь $M = \int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{xx}ydy$ – момент изгибных напряжений σ_{xx} относительно средней плоскости, $\chi = \dfrac{\partial^2 W}{\partial x^2}$ – кривизна деформированной средней плоскости.

$$\delta A_{i3} = -\int_0^a dx \int_0^{H_i} \left(\sigma_{yy}\delta\varepsilon + \sigma_{xy}\delta\gamma\right) dy$$ – для толстых сплошных слоев.

Здесь $\varepsilon = \dfrac{\partial U}{\partial y}$ – относительное удлинение вдоль оси y, $\sigma_{yy} = E_1\varepsilon$, $\gamma = \dfrac{\partial U}{\partial x}$ – сдвиг в плоскости x, y, $\sigma_{xy} = G_1 y$.

Для слоев свободного кластера $\sigma_{xy} = -f\dfrac{1}{3}\sigma_{yy}$, что соответствует идеальной пластичности (f – коэффициент сухого трения).

Вычислительные эксперименты на разработанных моделях позволяют установить разумно обоснованные границы допустимых областей параметров качества гетерогенных структур.

В частности, теоретически вычислен и экспериментально подтвержден новый, ранее не обнаруживаемый эффект локального наноразрушения границы слой коррозии – металл в трубах горячего городского водоснабжения из-за виброударных нагрузок движущегося транспорта.

Заключение

Проведенными исследованиями создана инженерия алгоритмов моделей наноразрушения гетероструктур мехатроники, позволяющая проектировать, производить и эксплуатировать современную конкурентоспособную технику с требующимися параметрами качества – техническими характеристиками, включая безотказную эксплуатацию, безотходное производство и пр.

Библиографический список

1. Динамика гетероструктур / под ред. В. В. Смогунова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2012. – Т. 5. – 496 с.
2. *Смогунов, В. В.* Модели динамики гетероструктур электроэнергетики / В. В. Смогунов, Н. С. Кузнецов, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2017. – № 3 (19). – С. 25–32. DOI: 10.21685/2307-4205-2017-3-4
3. *Голушко, Д. А.* Моделирование влияния внешних механических воздействий на АЧХ бортовых РЭС / Д. А. Голушко, А. И. Долотин, Н. К. Юрков // Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий : материалы X Междунар. науч.-практ. конф. – М. : МИЭМ НИУ ВШЭ, 2013. – С. 392–394.
4. *Литвинов, А. Н.* Моделирование напряженно-деформированного состояния в слоистых структурах РЭС при технологических и эксплуатационных воздействиях / А. Н. Литвинов, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 3. – С. 16–22.
5. Функциональная модель информационной технологии обеспечения надежности сложных электронных систем с учетом внешних воздействий / А. В. Затылкин, С. Н. Полесский, И. А. Иванов, А. В. Лысенко, Н. К. Юрков // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2014. – Т. 1. – С. 184–187.
6. *Голушко, Д. А.* Методика исследования динамических характеристик технических систем на основе рассогласования фаз внешнего вибрационного воздействия / Д. А. Голушко, А. В. Затылкин, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 4 (8). – С. 98–103.
7. *Литвинов, А. Н.* Моделирование напряженно-деформированного состоятния слоистых структур радиоэлектронных стредств при технологических и эксплуатационных воздействиях / А. Н. Литвинов, О. Ш. Хади, Н. К. Юрков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2014. – № 4 (32). – С. 146–157.
8. *Литвинов, А. Н.* Исследование состояния плат радиоэлектронных систем при тепловых воздействиях / А. Н. Литвинов, О. Ш. Хади, Н. К. Юрков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2015. – № 2 (34). – С. 182–191.
9. *Герасимов, О. Н.* О применении испытаний РЭС на воздействие внешних дестабилизирующих факторов на заключительных этапах производственного контроля / О. Н. Герасимов, А. В. Пивкин, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2015. – № 4 (12). – С. 116–121.
10. Программно-аппаратный комплекс для проведения испытаний изделий электронной техники на воздействие вибрации / Д. А. Голушко, В. А. Трусов, С. А. Бростилов, Т. Ю. Бростилова, И. М. Рыбаков, Н. К. Юрков // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2016. – № 1 (33). – С. 151–160.
11. *Литвинов, А. Н.* Исследование состояния микросборок РЭС при тепловых воздействиях / А. Н. Литвинов, О. Ш. Хади, Н. К. Юрков // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2017. – Т. 1. – С. 43–46.
12. *Артамонов, Д. В.* Математическое моделирование динамики гетерогенной структуры электронного блока при ударном воздействии / Д. В. Артамонов, А. Н. Литвинов, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2017. – № 3(19). – С. 18–24. DOI: 10.21685/2307-4205-2017-3-3

Смогунов Владимир Васильевич
доктор технических наук, профессор,
кафедра теоретической и прикладной механики и графики,
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: tmpg@pnzgu.ru

Smogunov Vladimir Vasilyevich
doctor of technical sciences, professor,
sub-department of theoretical and applied mechanics and graphics,
Penza State University
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Юрков Николай Кондратьевич
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой конструирования и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: yurkov_NK@mail.ru

Yurkov Nikolay Kondrat'evich
doctor of technical sciences, professor,
head of sub-department of radio equipment design and production,
Penza State University
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Кузнецов Никита Сергеевич
студент,
Пензенский государственный университет
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: tmpg@pnzgu.ru

Kuznetsov Nikita Sergeevich
student,
Penza State University
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

УДК 531.3:681.2

Смогунов, В. В.

Инженерия алгоритмов и моделей наноразрушений гетероструктур / В. В. Смогунов, Н. К. Юрков, Н. С. Кузнецов // Надежность и качество сложных систем. – 2018. – № 1 (21). – С. 10–20. DOI 10.21685/2307-4205-2018-1-2.