

К ПРОБЛЕМЕ СОЗДАНИЯ ЦИФРОВЫХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ

Б. Ж. Куатов¹, И. М. Рыбаков², Н. К. Юрков³

¹ Военный институт Сил воздушной обороны Республики Казахстан имени Т. Я. Бегельдинова, Актобе, Казахстан
^{2,3} Пензенский государственный университет, Пенза, Россия
¹kuatov.baurjan@mail.ru, ²rybakov_im@mail.ru, ³yurkov_NK@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Исследование теплообменных процессов в печатных узлах является основополагающей проблемой для обеспечения высокого уровня надежности и работоспособности электронной аппаратуры и сложных систем в общем. Управление температурным режимом, получение достоверной информации о температурах перегрева радиоэлектронных компонентов, выявление критически нестабильных элементов и выработка новых технологических приемов отвода тепла – это те цели, достигнув которые возможно обеспечить высокий уровень надежности современной электронной аппаратуры. *Материалы и методы.* Актуальность поставленной проблемы в работе обуславливается широким использованием в современной электронной аппаратуре микроэлектронных компонентов, имеющих непосредственный контакт с поверхностью печатной платы, что в свою очередь ведет к изменению характера распределения температур, а в совокупности с применением многослойных печатных плат полностью переопределяет существующие методики исследования и анализа тепловых процессов в печатных узлах. *Результаты и выводы.* Работа направлена на исследование теплообменных процессов в печатных узлах, а научная новизна заключается в разработке новой методики прогнозирования надежности электронной аппаратуры за счет измерения и анализа теплового режима печатных узлов, учитывающей не только печатную плату и компоненты, а также влияние на ее тепловой режим топологии печатных проводников, что в совокупности образует сложную систему для измерения и анализа.

Ключевые слова: теплообмен, надежность, работоспособность, сложная система, температура, цифровое и имитационное моделирование

Для цитирования: Куатов Б. Ж., Рыбаков И. М., Юрков Н. К. К проблеме создания цифровых моделей теплонагруженных элементов радиоэлектронной системы // Надежность и качество сложных систем. 2022. № 1. С. 9–19. doi:10.21685/2307-4205-2022-1-2

ON THE PROBLEM OF CREATING DIGITAL MODELS OF HEAT-LOADED ELEMENTS OF A RADIO-ELECTRONIC SYSTEM

B.Zh. Kuvatov¹, I.M. Rybakov², N.K. Yurkov³

¹ Air Defense Forces of the Military Institute of the Republic of Kazakhstan, Aktobe, Kazakhstan
^{2,3} Penza State University, Penza, Russia
¹kuatov.baurjan@mail.ru, ²rybakov_im@mail.ru, ³yurkov_NK@mail.ru

Abstract. *Background.* The study of heat exchange processes in printed circuit assemblies is a fundamental problem for ensuring a high level of reliability and performance of electronic equipment and complex systems in general. Temperature control, obtaining reliable information about overheating temperatures of electronic components, identifying critically unstable elements and developing new technological methods for heat removal – these are the goals that can be achieved to ensure a high level of reliability of modern electronic equipment. *Materials and methods.* The relevance of the problem posed in the work is due to the widespread use in modern electronic equipment of microelectronic components that have direct contact with the surface of the printed circuit board, which in turn leads to a change in the nature of the temperature distribution, and in combination with the use of multilayer printed circuit boards, completely redefines the existing methods for studying and analyzing thermal processes in printing units. *Results and conclusions.* The work is aimed at studying heat transfer processes in printed circuit assemblies, and the scientific novelty lies in the development of a new method for predicting the reliability of electronic equipment by measuring and analyzing the thermal regime of printed circuit assemblies, taking into account not only the printed circuit board and components, but also the influence of the topology of printed conductors on its thermal regime, which together form a complex system for measurement and analysis.

Keywords: heat transfer, reliability, performance, complex system, temperature, digital and simulation modeling

For citation: Kuvatov B.Zh., Rybakov I.M., Yurkov N.K. On the problem of creating digital models of heat-loaded elements of a radio-electronic system. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems*. 2022;(1):9–19. (In Russ.). doi:10.21685/2307-4205-2022-1-2

Введение

Одна из основных проблем моделирования сложных систем заключается в том, что такие системы являются гибридными. Например, радиоэлектронная система при моделировании представляется совокупностью различных линейных, линеаризованных, нелинейных, цифровых, импульсных и т.п. элементов, при математическом описании которых используется математический аппарат анализа как аналоговых, так и цифровых систем. Для моделирования совместной работы цифровых и непрерывных звеньев систем можно применить метод моделирования, использующий дискретизацию непрерывных процессов. Использование методов цифрового моделирования позволяет привести математические модели всех элементов сложных систем к единой форме, обеспечить моделирование на едином языке, создать единую модель системы в реальном режиме времени, а также формализовать процесс проектирования. В развитие теории цифрового моделирования внесли существенный вклад отечественные и зарубежные ученые: Е. Н. Маквецов, А. М. Тартаковский, Я. З. Цыпкин, Л. Т. Кузин, Э. И. Джури, Ю. Т. Ту, Б. Куо, К. Острем и др.

Дадим некоторые определения. Согласно ГОСТ Р 57188–2016 дискретизация модели – это метод представления дифференциального и/или интегрального оператора выражением, основанным на вычислении значений функции, на которую действует оператор, в конечном числе точек расчетной области. Применение дискретизации к дифференциальной/интегральной задаче приводит к разностной схеме [1].

Численное моделирование – это моделирование поведения объекта, процесса, явления путем получения численного решения уравнений математической модели.

Цифровое моделирование – это процесс создания математического представления трехмерной формы объекта. Результатом этого процесса является то, что называется 3D-моделью, или 3D-сеткой, или 3D-мэшем (3D-mesh).

Можно создавать 3D-модель вручную или автоматически. Наиболее распространенными источниками цифровых моделей являются модели, созданные с использованием программного обеспечения 3D, а также результаты пространственного сканирования реальных физических объектов с использованием специального оборудования (рис. 1).

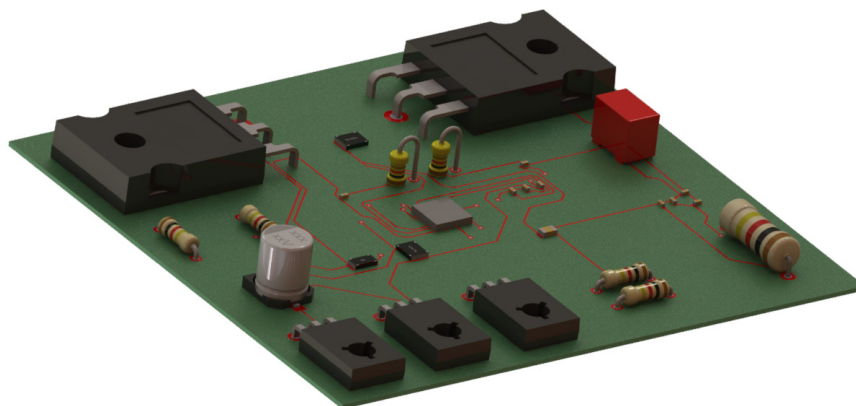


Рис. 1. 3D-модель, созданная с использованием специального программного обеспечения

Цифровое моделирование на современном этапе развивается наиболее динамично. Это связано с интенсивным развитием математического обеспечения, формирующегося в виде пакетов прикладных программ. Использование этих пакетов повышает производительность моделирования и одновременно упрощает его [2].

Родоначальником цифрового моделирования является профессор Е. Н. Маквецов, который так определял термин «Цифровая модель конструкции радиоэлектронной аппаратуры» (ЦМ РЭА) при расчетах вибраций [3, 4], как систему, которая включает в себя геометрическую и алгебраическую части. Геометрическая часть определяет разбивку конструкции на элементы и их взаимную ориентацию. Алгебраическая часть определяет физическое взаимодействие соседних элементов дискретной модели и внешние воздействия на нее.

Программа вычислений для ЭВМ при цифровом моделировании также имеет соответственно две части. Первая часть определяет последовательность обхода элементов модели в процессе вычислений, т.е. организует циклы по координатам и времени. Вторая часть организует вычисления искомых функций во всех узлах модели-сетки в каждом шаге по времени. Первая часть программ представляется на одном из алгоритмических языков и является универсальной, вторая часть, отражающая физику взаимодействия элементов, при постановке задачи на ЭВМ практически каждый раз составляется заново.

Для облегчения описания взаимодействия элементов в цифровой модели формализации составления алгоритмов предлагается часть программы формулировать на языке графов связей, которые в последнее время находят применение при решении различных технических задач [5] для систем с сосредоточенными параметрами. Графы связей могут автоматически вводиться в машину по командам передачи управления из первой программы.

Одной из основных трудностей при цифровом моделировании динамических процессов в сложных конструкциях является наличие в расчетной модели-сетке так называемых особых узлов – узлов сочленения различных элементов конструкции (рис. 2). В соответствии с принципами цифрового моделирования в основу построения расчетных соотношений положено физическое представление о процессе, причем расчетная схема строится непосредственно в конечно-разностной форме. Такой подход полезен со многих точек зрения. Во-первых, и это главное, отчетливо видна физическая сущность процесса, появляется возможность учета в модели всех реальных факторов, влияющих на процесс. Во-вторых, это позволяет строить единую модель для всего объекта в целом.

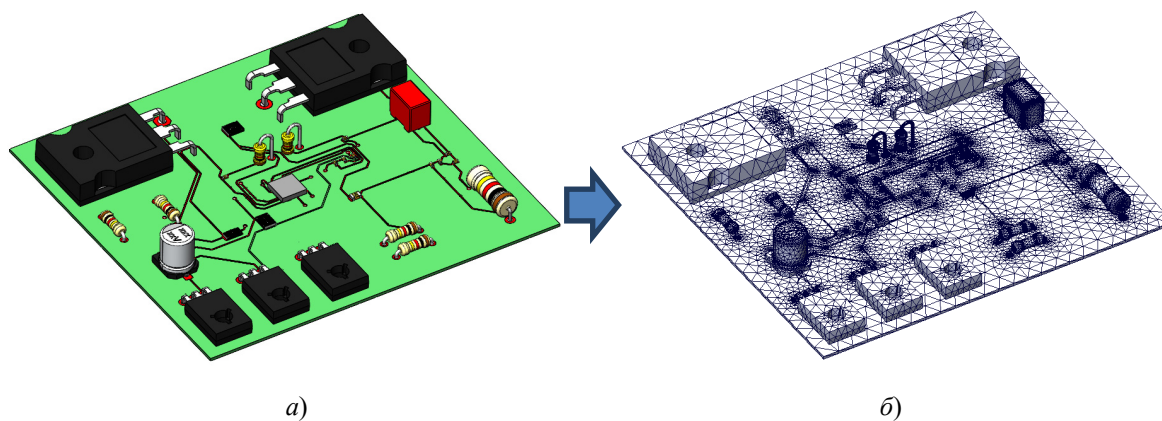


Рис. 2. Переход по стадиям моделирования:
а – цифровая (имитационная) модель; б – модель-сетка

В общем случае для каждого узла модели, в том числе и для особых узлов, строятся и решаются свои уравнения движения [6]. Это исключает необходимость «сшивания» решений по границам различных областей, что особенно важно, поскольку вид решения заранее неизвестен. В частности, для узлов сочленения строятся шесть уравнений равновесия – проекций сил и моментов. Система уравнений получается довольно громоздкой, в результате чего усложняется программирование задачи. Однако в целом ряде задач можно избежать трудностей вычислительного характера, построив для всех узлов модели практически однотипные уравнения. К таким задачам можно отнести, например, расчет динамики сложных конструкций из пластин или оболочек со стержневыми каркасами.

Не останавливаясь подробно на методике построения модели-сетки и составлении расчетных соотношений для пластин, оболочек и стержней, достаточно полно изложенной в ряде работ [1–4], отметим лишь, что расчетная схема строится с учетом разложения функций напряжения и перемещения по толщине пластин, оболочек и стержней в ряд по полиномам Лежандра.

В современной радиоэлектронной аппаратуре широкое применение находят материалы, упругие, электрические, магнитные и тепловые свойства которых обладают ярко выраженной анизотропией. Такие материалы используются для изготовления различных конструктивных элементов, а также деталей и устройств, обладающих особыми свойствами.

Точные аналитические методы расчета динамических процессов в анизотропных телах весьма сложны и позволяют получить решение лишь в очень немногих частных случаях. Если при описании поведения конструктивных элементов можно ограничиться только учетом анизотропии упру-

гих свойств, то применительно к таким элементам РЭА, как кварцевые резонаторы, пренебрежение анизотропией электрических и тепловых свойств недопустимо. Решение такой задачи возможно, если использовать перспективный метод цифрового моделирования (рис. 3), позволяющий учесть также действие внешних возмущающих факторов.

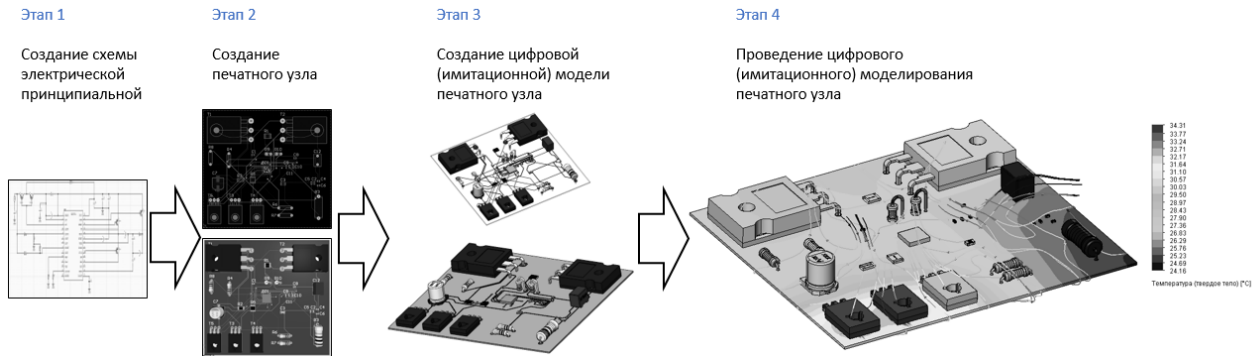


Рис. 3. Схема методики цифрового моделирования

В результате интенсивного развития микроэлектроники в современной РЭА широкое применение находят пластины сложной конфигурации с покрытиями, выполненными из самых различных материалов. При работе таких деталей в нестационарном тепловом режиме и существенном различии механических и тепловых характеристик материалов основы и покрытия возможно возникновение значительных напряжений, приводящих в отдельных случаях к разрушению целостности покрытия.

Динамические процессы в однородном элементе, находящемся в температурном поле, описываются уравнениями Дюамеля – Неймана. Применение этих уравнений для описания поведения неоднородного тела произвольной формы вызывает значительные трудности. Решение подобной задачи существенно упрощается при использовании метода цифрового моделирования.

Учет реального соотношения размеров пластины, толщин покрытия и основы приводит к необходимости введения неравномерной сетки с весьма мелким шагом по толщине, что резко увеличивает объем вычислений и затрудняет выполнение условия устойчивости решения.

Для тонких пластин с покрытием целесообразно применение приближенного метода разложения перемещений по полиномам Лежандра.

Пластину с покрытием заменим ее физической моделью в виде двух слоев сосредоточенных масс, соединенных безынерционными упругими стержнями. Отдельно для узлов основной части пластины и узлов покрытия представим перемещения u, v, w и изменения температуры θ в виде рядов:

$$\begin{aligned}
 u^i &= \sum_m \left(m + \frac{1}{2}\right) u_m^i P_m^i \left(\frac{z}{h_z^i}\right); \\
 v^i &= \sum_m \left(m + \frac{1}{2}\right) v_m^i P_m^i \left(\frac{z}{h_z^i}\right); \\
 \omega^i &= \sum_m \left(m + \frac{1}{2}\right) \omega_m^i P_m^i \left(\frac{z}{h_z^i}\right).
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь индекс $i = 1$ указывает на принадлежность узла к пластине, $i = 2 - k$ покрытию; $P_m^i \left(\frac{z}{h_z^i}\right)$ – полиномы Лежандра; h_z^i – половина толщины пластины или покрытия.

Приведенный пример расчета совместного воздействия температуры и вибрации на элементарный объем радиоэлектронной аппаратуры позволяет сделать вывод об острой необходимости синтеза обобщенной модели радиоконструкции.

Под совокупной функцией будем рассматривать функцию напряженного деформированного состояния, учитывающую влияние как механических, так и температурных воздействий.

Для связи НДС с внешним воздействием необходимо дополнительно знать граничные условия. Граничные условия – это известные условия на поверхности, выраженные, например, через

напряжения, т.е. на границе (контуре) тела имеется поверхность с заданным распределением напряжений. Кроме статических граничные условия могут быть и кинематическими, и смешанными.

В теории обработки металлов давлением вводятся допущения, позволяющие решаемые задачи с той или иной степенью приближения свести к частным случаям НДС: плоскодеформированному; осесимметричному или плосконапряженному.

НДС представимо в виде некоторой непрерывной многомерной нелинейной функции, математическое представление которой обеспечивает решение множества оптимизационных задач, а также задач оптимального проектирования вновь создаваемых радиоэлектронных устройств.

Цифровая модель теплонагруженных элементов

Рассмотрим представление непрерывной многомерной нелинейной функции в виде линейной суперпозиции одномерных функций, аргументами которых являются аргументы исходной функции или их линейная комбинация. Такое представление развивает идеи, лежащие в основе теории искусственных нейросетей, а также ряда теорем А. Н. Колмогорова и В. И. Арнольда, в соответствии с которыми любая многомерная непрерывная функция может быть представлена в виде сумм и произведений одномерных функций. Преимущество рассматриваемой аппроксимации состоит в возможности согласования представления со структурой фильтра Калмана – Бьюси, или фильтра второго порядка, т.к. позволяет легко перейти к независимой по каждой координате одномерной сплайн- аппроксимации (линейной или квадратичной). Получаемый при этом субоптимальный фильтр является фильтром с параметрами, значения которых меняются в зависимости от оценки состояния динамической системы.

Проблема аппроксимации функции многих переменных имеет давнюю предысторию и даже входит в состав 23 проблем математики, поставленных в начале XX в. Д. Гильбертом. С точки зрения практики, важность этой проблемы в настоящее время во многом определяется тем, что усложнение математических моделей, описывающих реальные явления так или иначе приводит к появлению в них сложных многоаргументных функций, вычисление которых требует построения громоздких алгоритмов и значительных вычислительных затрат. С другой стороны, она имеет важное теоретическое значение, поэтому ей уделяли внимание многие великие математики. Но только в 50-х гг. прошлого века проблема точного представления функций многих переменных нашла свое решение. Основной вклад внесли советские математики А. Н. Колмогоров и В. И. Арнольд.

В общей постановке задача точного представления функций многих переменных составляет существо 13-й проблемы Гильберта. Гильберт полагал, что точно представить функцию многих переменных в виде суперпозиции функций меньшего числа переменных невозможно.

В ряде своих работ А. Н. Колмогоров и В. И. Арнольд доказали неоднозначность решения проблемы Гильберта, а также получили теоремы, опровергающие тезис Гильберта [7, 8] для класса непрерывных функций. Такими теоремами являются:

- теорема о возможности представления непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных;
- теорема о представлении любой непрерывной функции трех переменных в виде суммы функций не более двух переменных;
- теорема, в соответствии с которой любую непрерывную функцию p переменных можно получить с помощью операций сложения, умножения и суперпозиции непрерывных функций одного переменного.

Впоследствии эти результаты неоднократно уточнялись и развивались [9–14]. В частности, в работе [15] излагается метод построения аппроксимаций многомерных функций, основанный на линейных преобразованиях ее аффинных сечений. Метод позволяет приближать функцию многих переменных с помощью композиций функций одной переменной, имеющих простую геометрическую интерпретацию. В этом случае удастся формализовать и использовать информацию о качественном поведении сечений многомерной функции. Наряду с полной формой представления функций многих переменных в работе предложен также ряд усеченных форм и, в частности, представления многомерной функции или только в виде суммы одномерных функций, или их произведения. Общее количество функций, участвующих в представлении, определяется выражением $N = n^2 + n - 1$, где n – общее число переменных. Данный подход был положен в основу компьютерной программы, позволяющей решать задачи аппроксимации нелинейных многомерных зависимо-

стей по результатам их неупорядоченных наблюдений в отдельных точках с учетом информации об их поведении вдоль отдельных переменных.

Рассмотрим теорему Колмогорова, которая решает серию исследований для точного предпле- чия многомерных непрерывных функций.

Теорема Колмогорова. Каждая непрерывная функция n переменных, заданная на единичном кубе n -мерного пространства представима в виде

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{p=1}^{2^{n+1}} h_q \left| \sum_{p=1}^n \varphi_q^p(x_p) \right|, \quad (2)$$

где функции $h_q(u)$ непрерывны, а функции $\varphi_q^p(x_p)$, кроме того, еще и стандартны, т.е. не зависят от выбора функции.

Таким образом, в соответствии с теоремой Колмогорова все непрерывные функции многих переменных могут быть получены из непрерывных функций одного переменного с помощью линейных операций и суперпозиции.

В частности, каждая непрерывная функция двух переменных x, y может быть представлена в виде

$$f(x, y) = \sum_{q=1}^p h_q [\varphi_q(x) + \psi_q(y)]. \quad (3)$$

До сих пор речь шла о точном представлении функций многих переменных с помощью функций одного переменного. Оказалось, что в классе непрерывных функций такое представление возможно, а в классе дифференцируемых и аналитических функций точного представления не существует. Несмотря на то, что предложенные А. Н. Колмогоровым представления имеют важное теоретическое значение и носят фундаментальный характер, функции, с помощью которых они реализуются, называют «функциями-монстрами», так как, будучи непрерывными, они ни в одной точке не дифференцируемы, и их невозможно даже представить графически.

С другой стороны, известно, что любой многочлен от многих переменных может быть получен из одного произвольного нелинейного многочлена от одного переменного с помощью линейных операций и суперпозиции [16, 17].

Но кроме вопроса о точном представлении существует еще одна задача – об аппроксимации многомерных функций совокупностью одномерных. Несомненно, что для практических нужд эта задача является гораздо более важной и интересной, так как вычисление большинства функций производится приближенно даже при наличии «точных» формул.

Приближение функций многочленами и рациональными функциями имеет историю, еще более давнюю, чем проблема точного представления. Знаменитая теорема Вейерштрасса утверждает, что непрерывную функцию нескольких переменных $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ на замкнутом ограниченном множестве Q можно равномерно приблизить последовательностью полиномов: для любого $\varepsilon > 0$ существует такой многочлен $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$, что

$$\text{Sup}_Q |f(x_1, x_2, \dots, x_n) - P(x_1, x_2, \dots, x_n)| < \varepsilon. \quad (4)$$

Чтобы сформулировать обобщения и усиления теоремы Вейерштрасса, необходимо перейти к несколько более абстрактному языку. Рассмотрим компактное пространство X и алгебру $C(X)$ непрерывных функций на X с вещественными значениями.

Обобщением теоремы о возможности равномерного приближения непрерывных функций многочленами является теорема Стоуна.

Цифровое (имитационное) моделирование печатного узла

Объектом для исследования послужило регулируемое зарядное устройство для литий-ионных и литий-полимерных аккумуляторов (рис. 4), в состав которого входит микросхема BQ24753A – это высокоэффективное синхронное зарядное устройство со встроенной компенсацией и логикой выбора системной мощности для зарядки литий-ионных и литий-полимерных аккумуляторов.

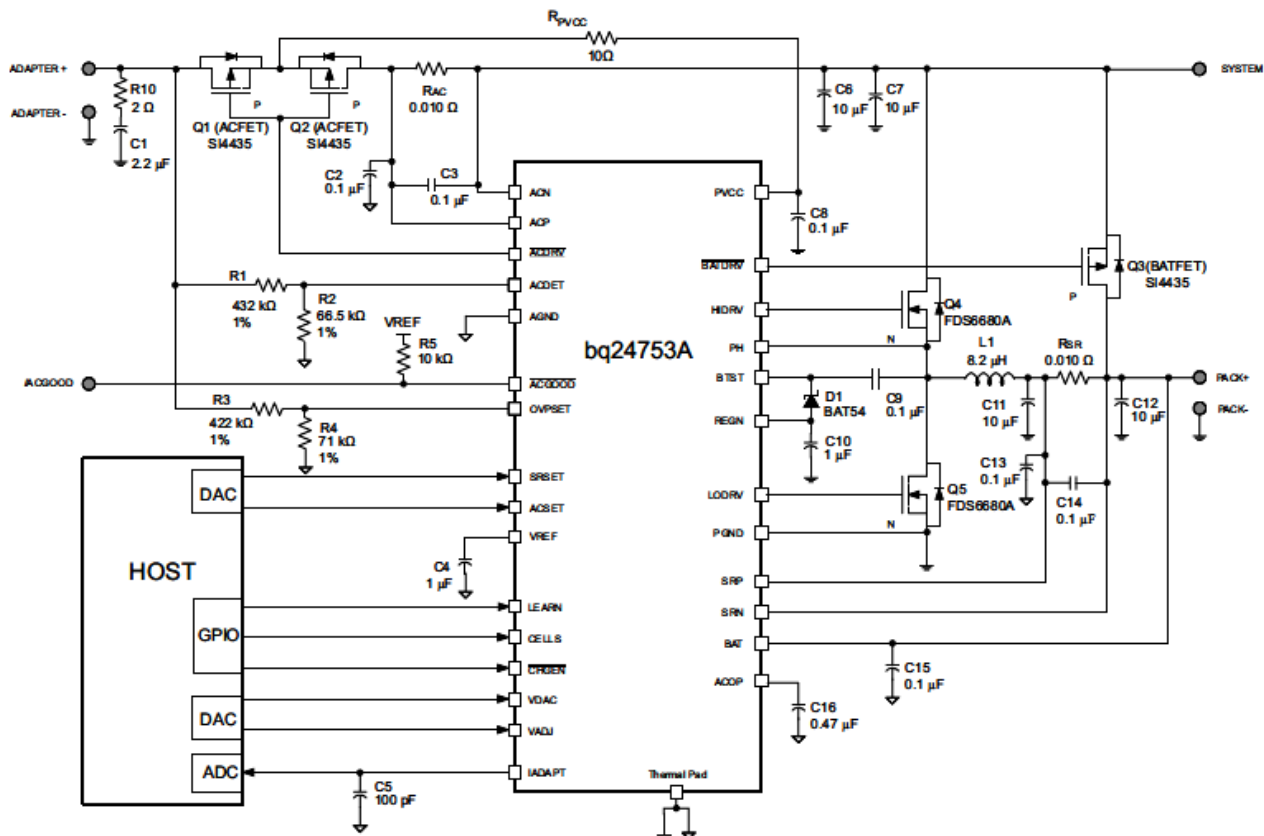


Рис. 4. Схема электрическая принципиальная регулируемого зарядного устройства для литий-ионных и литий-полимерных аккумуляторов

В схеме присутствует элемент с высокой степенью теплового излучения, требующий размещения на нем радиатора. Теплонагруженный элемент в исследуемом печатном узле имеет непосредственный контакт с поверхностью печатной платы. Габаритные размеры печатной платы имеют строго заданные значения. На этапе создания печатного узла имеем возможность корректировать расположение компонентов печатной платы и степени металлизации на различных ее участках. После создания цифровой модели печатного узла (рис. 5,а) было выявлено, что для подключения всех компонентов, согласно схеме электрической принципиальной, потребуется от двух до четырех сигнальных слоев печатной платы. Проведя численное моделирование печатного узла, было выявлено, что в процессе работы печатный узел при максимальной нагрузке рассеивает 6 Вт тепловой мощности и при установке на него радиатора охлаждения.

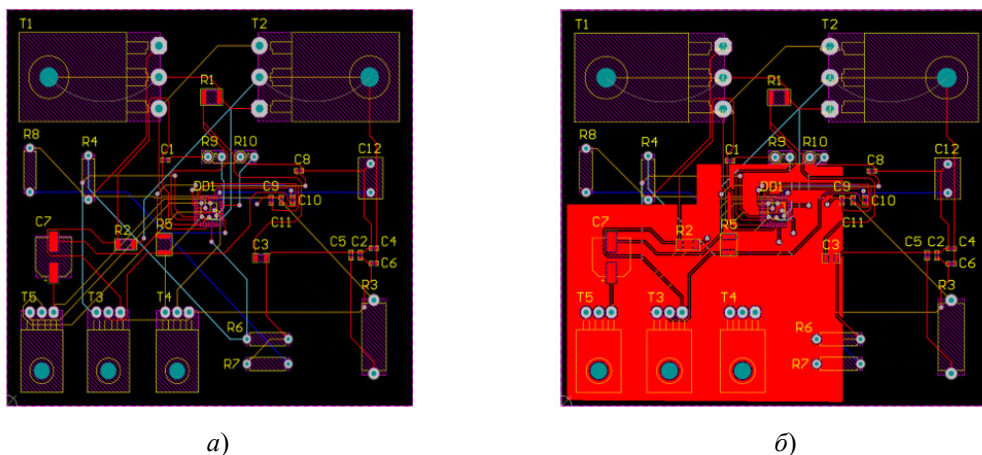


Рис. 5. Создание печатного узла с размещением на нем элементов и проведением трассировки:
 а – печатный узел без увеличения количества металлизированных участков;
 б – печатный узел с увеличенным количеством металлизированных участков в предполагаемом месте концентрации высоких температур

Габаритные размеры исследуемого устройства не позволяют разместить на поверхности печатного узла радиатор, в связи с этим было принято решение обеспечить отвод температуры за счет увеличения количества металлизации на данном участке (рис. 5,б).

Для подтверждения принятого решения проведем имитационное моделирование обоих вариантов реализации конструкции печатного узла. Для этого было создано два варианта цифровых (имитационных) моделей, согласно этапу 3 методики цифрового моделирования (рис. 6,а,б) [18].

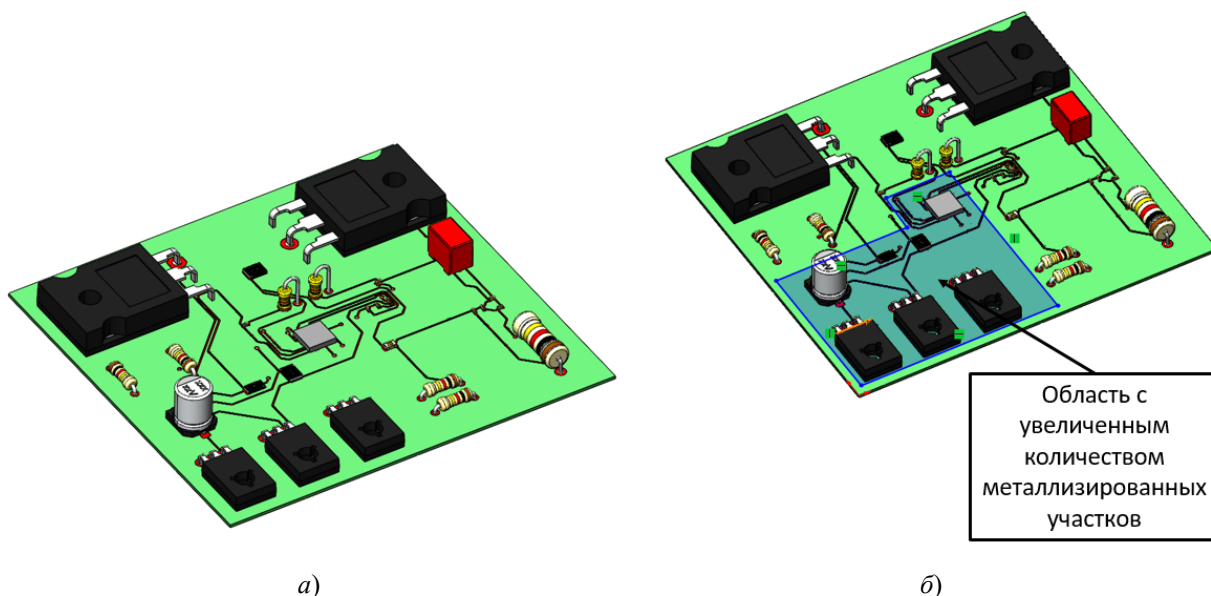


Рис. 6. Имитационная модель печатного узла регулируемого зарядного устройства для литий-ионных и литий-полимерных аккумуляторов:

а – без увеличения металлизации; б – с увеличенным количеством металлизированных участков

Граничными условиями являются задание рассеиваемой мощности с поверхности теплонагруженного элемента, начальной температуры элементов и температуры окружающей среды. В моделях учтены кондуктивный и конвективный способы теплопередачи.

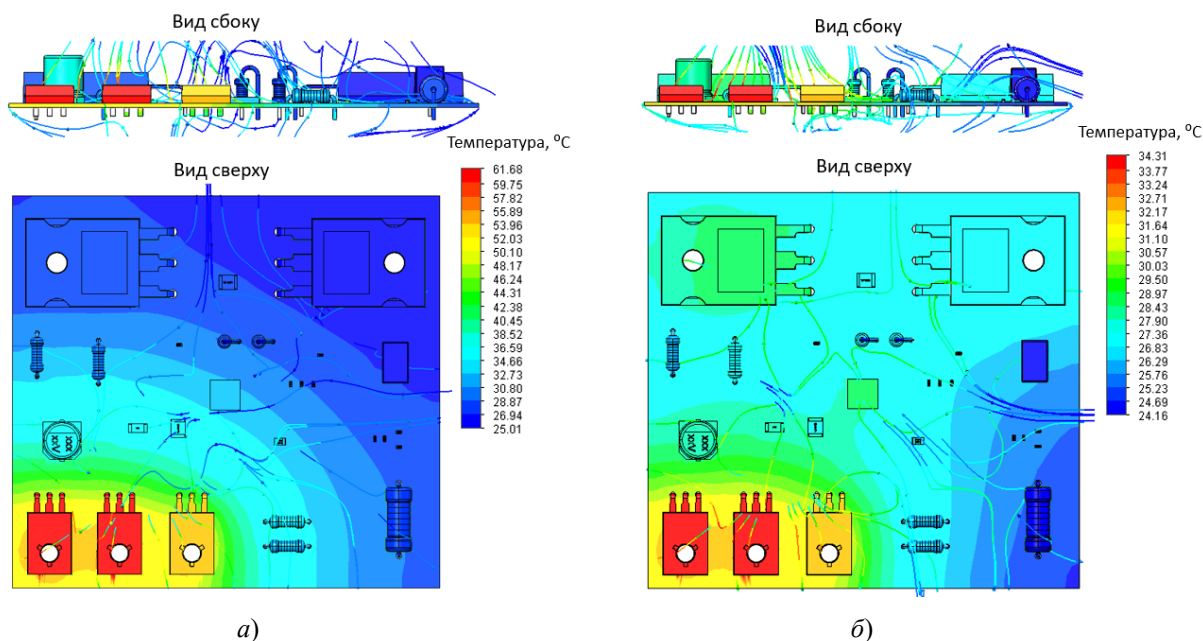


Рис. 7. Моделирование распределения температурных полей и потоков в печатном узле регулируемого зарядного устройства:
а – распределение температурных полей без учета дополнительной металлизации;
б – распределение температурных полей с учетом дополнительной металлизации

В результате были получены картины распределения температурных полей для двух вариантов конструкции. На рис. 7,а видно, что основной тепловой фронт сосредоточен в области тепловыделяющих элементов. Передача тепловой энергии без высокотеплопроводных медных проводников затруднительна, вследствие чего рассеивание тепловой энергии происходит с меньшей площади, а на элементе возникает локальный перегрев. В таком режиме работы устройство быстро выйдет из строя, а его надежность характеристики не обеспечат стабильной работы. Из рис. 7,б следует, применив увеличение металлизации в критической зоне перегрева, возможно обеспечить тепловой баланс и отказаться или существенно снизить габаритные размеры радиатора охлаждения. Применение данной методики позволяет сделать вывод о возможности увеличения надежных характеристик устройства, за счет дополнительного способа обеспечения нормального теплового режима.

Заключение

Поставленная в начале исследования проблема управления температурным режимом печатного узла за счет измерения и анализа теплового режима печатного узла, учитывающая не только печатную плату и компоненты, а также влияния на ее тепловой режим топологии печатных проводников и возможности повышения показателей надежности и работоспособности, решается путем оптимального расположения не только электронных компонентов, но и характером расположения и в нашем случае увеличения количества металлизированных участков. Так же это подтверждается проведенным цифровым (имитационным) моделированием. Представленная в работе методика в большинстве случаев позволяет проводить анализ теплового режима печатных узлов в части влияния на него количества металлизированных участков как элементов системы охлаждения. Применение данной методики позволит достигнуть усовершенствования конструкции на ранних этапах проектирования, способов выявления критичных к температуре элементов и исследовать потенциально возможные технологические приемы отвода тепла, в том числе за счет металлизированных слоев печатной платы.

Список литературы

1. Арнольд В. И. О представлении функций нескольких переменных в виде суперпозиции функций меньшего числа переменных // Математическое просвещение. 1958. № 3. С. 41–61.
2. Рыбаков И. М. Методика применения печатных проводников в качестве системы охлаждения // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. 2018. Т. 2. С. 48–51.
3. Маквецов Е. Н. Математические основы цифрового моделирования вибраций в радиоконструкциях // Вопросы проектирования специальных радиоэлектронных устройств / под ред. Е. Н. Маквецова. Пенза : Изд. Пенз. политехн. ин-та, 1972. Вып. 2.
4. Маквецов Е. Н. Цифровое моделирование вибраций в радиоконструкциях. М. : Сов. радио, 1976. 120 с.
5. Применение графов связей в технике / под ред. Д. Кэрнопа и Р. Розенберга ; пер. с англ. М. : Мир, 1974.
6. Маквецов Е. Н. Расчет на ЦВМ вибраций стержневых конструкций // Известия вузов. Нефть и газ. 1974. № 2.
7. Колмогоров А. Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного и сложения // ДАН СССР. 1957. Т. 114, № 5. С. 953–956.
8. Голубков А. Ю. Построение внешних и внутренних функций представления непрерывных функций многих переменных суперпозицией непрерывных функций одного переменного // Фундаментальная и прикладная математика. 2002. Т. 8, № 1. С. 27–38.
9. Круглов В. В., Дли М. И., Годунов Р. Ю. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. М. : Физматлит, 2001. 224 с.
10. Мордашев И. М. Аппроксимация функций нескольких переменных суммой меньшего числа переменных // ДАН СССР. 1968. Т. 183, № 4. С. 778–779.
11. Поспелов В. В. О приближении функций нескольких переменных произведениями функций одного переменного. М. : Институт прикладной математики АН СССР. Препринт № 32, 1978. 72 с.
12. Шура-Бура М. Р. Аппроксимация функций многих переменных функциями, каждая из которых зависит от одного переменного // Вычислительная математика. 1957. Вып. 27. С. 3–19.
13. Терехов В. А., Ефимов Д. В., Тюкин И. Ю., Антонов В. Н. Нейросетевые системы управления. СПб. : Изд-во СПбГУ, 1999. 265 с.
14. Александрова И. М., Проурзин В. А. Метод аффинных преобразований в задаче равномерной аппроксимации функций многих переменных // Вопросы механики и процессов управления. 1995. № 18. С. 19–30.
15. Горбань А. Н. Обобщенная аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей // Сибирский журнал вычислительной техники. 1998. Т. 1, № 1. С. 12–24.

16. Терехов В. А. Вейвлеты и нейронные сети : лекции для школы-семинара «Современные проблемы нейроинформатики». М. : МИФИ, 2001.
17. Рыбаков И. М. Модель теплофизического конструирования вариативного анализа сложных управляющих систем // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. 2019. Т. 1. С. 135–136.

References

1. Arnol'd V.I. On the representation of functions of several variables in the form of a superposition of functions of a smaller number of variables. *Matematicheskoe prosveshchenie = Mathematical enlightenment*. 1958;(3):41–61. (In Russ.)
2. Rybakov I.M. Method of using printed conductors as a cooling system. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo = Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality*. 2018;2:48–51. (In Russ.)
3. Makvetsov E.N. Mathematical foundations of digital vibration modeling in radio structures. *Voprosy proektirovaniya spetsial'nykh radioelektronnykh ustroystv = Issues of designing special radio-electronic devices*. Penza: Izd. Penz. politekhn. in-ta, 1972;(2). (In Russ.)
4. Makvetsov E.N. *Tsifrovoye modelirovaniye vibratsiy v radiokonstruktsiyakh = Digital modeling of vibrations in radio structures*. Moscow: Sov. radio, 1976:120. (In Russ.)
5. Kernop D., Rozenberg R. (eds.). *Primeneniye grafov svyazey v tekhnike = Application of connection graphs in engineering*. Transl. from Engl. Moscow: Mir, 1974. (In Russ.)
6. Makvetsov E.N. Calculation of vibrations of rod structures on a digital computer. *Izvestiya vuzov. Neft' i gaz = News of universities. Oil and gas*. 1974;(2). (In Russ.)
7. Kolmogorov A.N. On the representation of continuous functions of several variables in the form of a superposition of continuous functions of one variable and addition. *DAN SSSR = DAN USSR*. 1957;114(5):953–956. (In Russ.)
8. Golubkov A.Yu. Construction of external and internal representation functions of continuous functions of many variables by superposition of continuous functions of one variable. *Fundamental'naya i prikladnaya matematika = Fundamental and applied Mathematics*. 2002;8(1):27–38. (In Russ.)
9. Kruglov V.V., Dli M.I., Godunov R.Yu. *Nechetkaya logika i iskusstvennyye neyronnye seti = Fuzzy logic and artificial neural networks*. Moscow: Fizmatlit, 2001:224. (In Russ.)
10. Mordashev I.M. Approximation of functions of several variables by the sum of a smaller number of variables. *DAN SSSR = DAN USSR*. 1968;183(4):778–779. (In Russ.)
11. Pospelov V.V. *O priblizhenii funktsiy neskol'kikh peremennykh proizvedeniyami funktsiy odnogo peremennogo = On the approximation of functions of several variables by products of functions of one variable*. Moscow: Institut prikladnoy matematiki AN SSSR. Preprint № 32, 1978:72. (In Russ.)
12. Shura-Bura M.R. Approximation of functions of many variables by functions, each of which depends on one variable. *Vychislitel'naya matematika = Computational Mathematics*. 1957;(27):3–19. (In Russ.)
13. Terekhov V.A., Efimov D.V., Tyukin I.Yu., Antonov V.N. *Neyrosetevyye sistemy upravleniya = Neural network control systems*. Saint Petersburg: Izd-vo SPbGU, 1999:265. (In Russ.)
14. Aleksandrova I.M., Prourzin V.A. Method of affine transformations in the problem of uniform approximation of functions of many variables. *Voprosy mekhaniki i protsessov upravleniya = Questions of mechanics and control processes*. 1995;(18):19–30. (In Russ.)
15. Gorban' A.N. Generalized approximation theorem and computational capabilities of neural networks. *Sibirskiy zhurnal vychislitel'noy tekhniki = Siberian Journal of Computer Engineering*. 1998;1(1):12–24. (In Russ.)
16. Terekhov V.A. *Veyvlety i neyronnye seti: leksii dlya shkoly-seminara «Sovremennyye problemy neyroinformatiki» = Wavelets and neural networks : lectures for the school-seminar "Modern problems of neuroinformatics"*. Moscow: MIFI, 2001. (In Russ.)
17. Rybakov I.M. Model of thermophysical design of variative analysis of complex control systems. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo = Proceedings of the International Symposium Reliability and quality*. 2019;1:135–136. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Бауржан Жолдыбаевич Куатов

доктор PhD, доцент,
заместитель начальника по учебной и научной работе,
Военный институт Сил воздушной обороны
Республики Казахстан имени Т. Я. Бегельдинова
(Казахстан, г. Актобе, пр. А. Молдагуловой, 16)
E-mail: kuatov.baurjan@mail.ru

Baurzhan Zh. Kuatov

PhD, associate professor,
deputy chief for academic and scientific works,
Air Defense Forces of the Military Institute
of the Republic of Kazakhstan
(16 A. Moldagulova avenue, Aktobe, Kazakhstan)

Илья Михайлович Рыбаков

кандидат технических наук,
доцент кафедры конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: rybakov_im@mail.ru

Николай Кондратьевич Юрков

доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки РФ,
заведующий кафедрой конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: yurkov_NK@mail.ru

Ilya M. Rybakov

Candidate of technical sciences,
associate professor of the sub-department
of radio equipment design and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Nikolay K. Yurkov

Doctor of technical sciences, professor,
the honoured worker of science
of the Russian Federation,
head of the sub-department
of radio equipment design and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /
The authors declare no conflicts of interests.**

Поступила в редакцию/Received 27.09. 2021

Поступила после рецензирования/Revised 10.10.2021

Принята к публикации/Accepted 10.11.2021