

## СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ОБОБЩЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МИКРОВОЛНОВОЙ АНТЕННЫ

А. Н. Якимов

Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия  
y\_alder@mail.ru

**Аннотация.** *Актуальность и цели.* Деформация конструкции микроволновой антенны при внешних тепловых и механических воздействиях приводит к невозможности строгого аналитического решения задачи математического описания ее излучения и оценки влияния этих воздействий на характеристики радиотехнической системы, в составе которой антенна функционирует. Перспективным направлением решения этой проблемы является использование конечно-элементного метода математического моделирования, основанного на дискретном представлении микроволновой антенны. *Материалы и методы.* Предложен системный подход к построению математической модели микроволновой антенны, функционирующей в условиях внешних воздействий, на основе приближенного конечно-элементного математического описания ее излучения, а также возникающих в ней тепловых и механических процессов. В основе объединения моделей тепловых, механических и электродинамических процессов в антенне, имеющих разную физическую природу, в обобщенную модель лежит использование единой конечно-элементной геометрической модели антенны, связанной с этими моделями. Электродинамическая модель строится с использованием методов геометрической и физической оптики, что позволяет представить электромагнитное поле излучения микроволновой антенны суперпозицией полей конечных элементов ее излучающей поверхности и учесть влияние возникающих деформаций на характеристики излучения антенны. *Результаты и выводы.* Приведенные результаты модельного исследования влияния механических и тепловых воздействий на характеристики излучения микроволновой параболической антенны, полученные с использованием предлагаемого подхода, указывают на существенное влияние этих воздействий и возможность оптимизации такой антенны по минимуму влияния внешних воздействий.

**Ключевые слова:** микроволновая антенна, внешние воздействия, математическая модель, конечный элемент, диаграмма направленности

**Для цитирования:** Якимов А. Н. Системный подход к построению обобщенной математической модели микроволновой антенны // Надежность и качество сложных систем. 2022. № 3. С. 16–23. doi:10.21685/2307-4205-2022-3-2

## A SYSTEMATIC APPROACH TO THE CONSTRUCTION OF A GENERALIZED MATHEMATICAL MODEL OF A MICROWAVE ANTENNA

A.N. Yakimov

Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia  
y\_alder@mail.ru

**Abstract.** *Background.* Deformation of the structure of the microwave antenna under external thermal and mechanical actions leads to the impossibility of a strict analytical solution to the problem of mathematical description of its radiation and evaluation of the impact of these actions on the characteristics of the radio system in which the antenna functions. A promising direction for solving this problem is the use of a finite element method of mathematical modeling based on a discrete representation of a microwave antenna. *Materials and methods.* A systematic approach to the construction of a mathematical model of a microwave antenna operating under external actions is proposed, based on an approximate finite element mathematical description of its radiation, as well as thermal and mechanical processes occurring in it. The basis of combining models of thermal, mechanical and electrodynamic processes in an antenna having different physical nature into a generalized model is the use of a single finite element geometric model of the antenna associated with these models. The electrodynamic model is constructed using the methods of geometric and physical optics, which makes it possible to represent the electromagnetic radiation field of a microwave antenna as a superposition of the fields of finite elements of its radiating surface and to take into account the influence of emerging deformations on the characteristics of the antenna radiation. *Results and conclusions.* The results of a model study

of the influence of mechanical and thermal actions on the radiation characteristics of a microwave antenna obtained using the proposed approach indicate a significant influence of these actions and the possibility of optimizing such an antenna to minimize the influence of external actions.

**Keywords:** microwave antenna, external actions, mathematical model, finite element, radiation pattern

**For citation:** Yakimov A.N. A systematic approach to the construction of a generalized mathematical model of a microwave antenna. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems*. 2022;(3):16–23. (In Russ.). doi:10.21685/2307-4205-2022-3-2

## Введение

Микроволновые антенны нашли широкое применение в составе радиотехнических систем различного назначения (радиолокационных систем, радиолиний связи, радиолучевых систем обнаружения и т.д.), использующих распространение электромагнитных волн через свободное пространство. Однако в процессе эксплуатации в составе таких систем антенны подвергаются температурным (сезонным и суточным изменениям температуры, перегреву поверхности солнечным излучением) и механическим (ветровым, вибрационным, ударным) воздействиям. Из-за указанных внешних воздействий излучающая поверхность микроволновой антенны деформируется, изменяя пространственные амплитудно-фазовые распределения источников возбуждения. Это приводит к изменению диаграммы направленности (ДН) и других характеристик антенны, а также отрицательно сказывается на характеристиках радиотехнической системы, в составе которой она функционирует.

Деформация конструкции микроволновой антенны при внешних тепловых и механических воздействиях приводит к невозможности строгого аналитического решения задачи математического описания ее излучения и оценки влияния внешних воздействий на характеристики радиотехнической системы. Перспективным направлением решения этой проблемы является использование конечно-элементного метода математического моделирования в силу геометрической гибкости описания трехмерной границы криволинейной излучающей поверхности антенны [1, 2].

В силу сложности решаемой задачи целесообразно использование системного подхода, который предполагает исследование антенны как системы и рассматривает все существенные взаимосвязи между ее отдельными элементами. Так как внешние воздействия на микроволновую антенну имеют разную физическую природу, в основе построения обобщенной модели антенны следует использовать единую конечно-элементную геометрическую модель этой антенны, связанную с ее тепловой, механической и электродинамической моделями [2–4].

## Постановка задачи

Суть любой математической модели, предназначенной для научных исследований, заключается в отображении некоторого заданного множества  $M_X$  значений входных параметров  $X$  на множество  $M_Y$  выходных параметров  $Y$ . Это позволяет рассматривать математическую модель как некоторый математический оператор  $A$ , позволяющий по значениям входных параметров  $X$  установить выходные значения параметров  $Y$  объекта моделирования [5].

С учетом этого математическая модель микроволновой антенны, работающей в условиях внешних воздействий, в общем случае может быть представлена в виде следующей формальной системы [6, 7]:

$$Y(t) = A[X(t), Q(t), R(t)], \quad (1)$$

где  $t$  – момент времени;  $Y(t) = \{Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y(t)_m\}$  – вектор выходных параметров (характеристик) антенны, определяющих ее функциональное назначение, к которым отнесем напряженность электрического  $E$  и магнитного  $H$  поля в точке наблюдения, ДН – коэффициент направленного действия (КНД), помехозащищенность антенны;  $X(t) = \{X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)\}$  – вектор входных параметров, содержащий данные технического задания, а также априорную информацию о проектируемой антенне;  $Q(t) = \{Q_1(t), Q_2(t), \dots, Q_p(t)\}$  – вектор внутренних параметров (или переменных состояния), характеризующих конструктивно-технологические и электрофизические свойства отдельных компонентов проектируемой антенны (к внутренним параметрам отнесем геометрические размеры и форму излучающей поверхности, а также ее электрофизические свойства);  $R(t) = \{R_1(t), R_2(t), \dots, R_l(t)\}$  – вектор параметров внешних воздействий, характеризующих влияние внешних условий на

функционирование проектируемой антенны, который содержит параметры тепловых и механических воздействий на антенну.

При построении обобщенной математической модели будем полагать ее параметры фиксированными в заданный момент времени, но учитывать скорости протекания тепловых и механических процессов в конструкции микроволновой антенны при внешних воздействиях для определения последовательности проведения расчетов.

### Построение обобщенной математической модели

В основе конечно-элементного подхода к математическому моделированию микроволновой антенны лежит построение модели сложной системы из математических моделей составляющих ее элементов. При этом системный подход к моделированию предполагает исследование антенны с учетом всех существенных процессов в антенне и взаимосвязи между ее отдельными элементами. Так как в основе обобщенной математической модели микроволновой антенны лежит геометрическая модель, рассмотрим ее подробнее на примере зеркальной параболической антенны. Для моделирования излучения такой антенны построим геометрическую модель ее параболического зеркала (отражателя), при этом шаг дискретизации зеркала определяется требованием к линейному размеру конечного элемента (КЭ) разбиения его излучающей поверхности, который для корректности электродинамического решения не должен превышать длину электромагнитной волны  $\lambda$  [2].

Качество дискретизации излучающей поверхности в значительной мере зависит от формы элементов дискретизации, причем наилучшие результаты получаются, когда форма этих элементов не слишком отличается от идеальных равносторонних треугольников, квадратов и т.д. ввиду опасности вырождения решения. Двумерная аппроксимация излучающей поверхности сводится при этом к одномерной кусочно-линейной аппроксимации функций, описывающих эту излучающую поверхность. При этом узлы криволинейной сетки, принадлежащие излучающей поверхности, остаются неизменными, а криволинейные отрезки, соединяющие их, заменяются отрезками прямых. В результате гладкая излучающая поверхность заменяется многогранной поверхностью аппроксимации с плоскими треугольными гранями [2, 8].

При этом излучающая поверхность  $S$  микроволновой антенны представляется как совокупность  $N$  независимых элементарных участков  $S_i$ , причем  $S = \bigcup_{i=1}^N S_i$ . Компоненты общего поля получаются простым суммированием сферических компонентов поля  $E_{\phi_i}$  и  $E_{\theta_i}$  каждого конечного элемента,  $E_{\phi_j}$  и  $E_{\theta_j}$  каждого краевого ребра кромки излучающей поверхности антенны относительно глобальной системы координат  $Oxyz$  [1, 2]:

$$E_{\phi\Sigma} = \sum_i E_{\phi_i} + \sum_j E_{\phi_j}, \quad E_{\theta\Sigma} = \sum_i E_{\theta_i} + \sum_j E_{\theta_j}. \quad (2)$$

Для оценки компонент  $E_{\phi_i}$  и  $E_{\theta_i}$  наилучшим образом подходит метод Гордона [9], чувствительный к пространственному положению узловых точек и позволяющий оценить характеристику рассеяния треугольного элемента поверхности по его контуру. Компоненты  $E_{\phi_j}$  и  $E_{\theta_j}$  моделируются, как формируемые неравномерной частью возбуждающего тока, в форме А. Михаэли [10]. Отношения  $E_{\phi\Sigma}$  и  $E_{\theta\Sigma}$  к их максимальным значениям при разных углах точки наблюдения относительно оси антенны представляют собой функции, описывающие нормированные ДН по полю. Например, ДН антенны в горизонтальной плоскости  $F(\varphi)$  с учетом полученных выражений описывается функцией

$$F(\varphi) = E_{\phi\Sigma}(\varphi) / E_{\phi\max}, \quad (3)$$

где  $\varphi$  – угол относительно оси антенны в горизонтальной плоскости;  $E_{\phi\Sigma}(\varphi)$  – зависимость напряженности электрического поля  $E_{\phi\Sigma}$  в точке наблюдения от угла  $\varphi$ , полученная в результате суперпозиции полей КЭ дискретизации излучающей поверхности  $E_{\phi_i}$  с учетом их векторного характера;  $E_{\phi\max} = E_{\phi\Sigma}(0)$  – максимальный уровень напряженности электрического поля, равный для симметричных антенн его значению в направлении оси симметрии.

Геометрическая модель всего объема зеркала, состоящая уже из КЭ в виде тетраэдров, содержит модель его излучающей поверхности на основе треугольных КЭ и имеет с ней общие узлы (рис. 1).

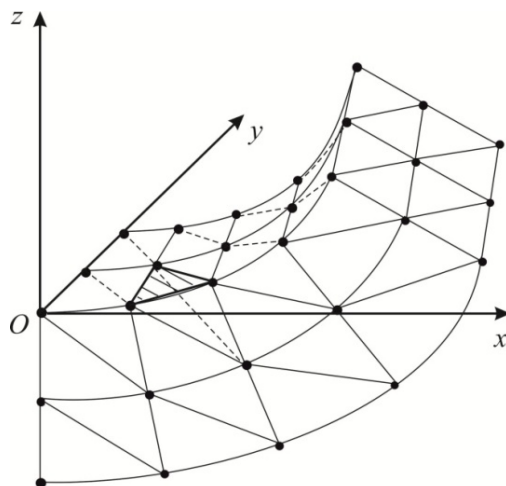


Рис. 1. Фрагмент геометрической модели параболического зеркала

Тепловая модель микроволновой антенны строится с учетом того, что тепловые процессы в окружающей среде изменяются медленно и в каждый момент времени температурное поле, воздействующее на антенну, можно считать неизменным. В этом случае для описания тепловых процессов в зеркале антенны, представляемом в виде области  $\Omega$ , заполненной непрерывной средой из проводникового материала, и определения температурного поля возможно применение уравнения теплопроводности для стационарного режима (уравнение Пуассона) [11, 12]:

$$\left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_V}{\lambda_T} = 0, \quad (4)$$

где  $T$  – температура в какой-либо точке рассматриваемой области  $\Omega$ ;  $\lambda_T$  – коэффициент теплопроводности;  $q_V$  – объемная плотность теплового потока, действующего на антенну;  $x, y, z$  – координаты декартовой системы координат.

Полагаем, что температура окружающей среды  $T_c$  в любой момент времени задана, тогда теплообмен области  $\Omega$  с окружающей средой происходит по закону Ньютона, в соответствии с которым тепловой поток через границу  $\partial\Omega$  области  $\Omega$  пропорционален разности температур  $T$  этой области и окружающей ее среды. В этом случае теплообмен моделируется краевым условием [11]

$$\left( \frac{\partial T}{\partial n} + \alpha_{\text{ТО}} \frac{T}{\lambda_T} \right) \Big|_{\partial\Omega} = \alpha_{\text{ТО}} \frac{T_c}{\lambda_T}, \quad (5)$$

где  $n$  – нормаль к границе  $\partial\Omega$ ;  $\alpha_{\text{ТО}}$  – коэффициент теплообмена.

Так как на зеркало антенны одновременно действуют как изменение температуры окружающей среды, так и солнечное излучение, создающее перегрев, то процессы теплообмена и накопления тепла следует считать нестационарными. Поэтому для оценки изменения температурного поля антенны во времени и соответствующих искажений ее излучающей поверхности необходимо решение уравнений теплопроводности в нестационарном режиме [13].

Решение этой задачи может быть получено на базе известного классического решения задачи о нагревании со стороны одного конца полуограниченного стержня с тепловой изоляцией боковой поверхности, в котором тепло распространяется только в одном направлении. При решении задачи принимаются следующие допущения. Тепловыми потоками в направлениях перпендикулярных нормальному к излучающей поверхности антенны тепловому потоку будем пренебрегать. Это допустимо потому, что в элементах разбиения зеркала антенны, особенно в ее центральной части, происходит обмен приблизительно равными потоками тепловой энергии. Исключением являются лишь крайние элементы, где на внешней кромке происходит не обмен, а только излучение тепловой энергии. Однако, учитывая, что толщина элемента разбиения зеркала мала, то таким излучением можно пренебречь. Это позволяет сформулировать задачу аккумуляции тепла этими элементами как задачу о нагревании ограниченного стержня, боковая поверхность которого имеет тепловую изоляцию (рис. 2) [12].

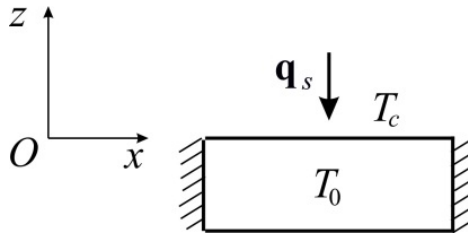


Рис. 2. Ограниченный стержень с тепловой изоляцией боковой поверхности:  $\mathbf{q}_s$  – вектор потока солнечного излучения с плотностью  $q_s$ ;  $T_0$  – начальная температура тела, равная температуре окружающей среды  $T_c$

Оценка изменения пространственного положения узловых точек геометрической модели в результате теплового воздействия может быть проведена с использованием локально-одномерной схемы оценки деформаций в сечениях зеркала [14, 15].

Механическая модель микроволновой антенны строится на основе того, что упругие деформации, возникающие в сплошной однородной изотропной среде (материале) зеркала антенны под воздействием ветровых, вибрационных и весовых нагрузок, могут быть описаны в рамках классической (линейной) теории упругости. В соответствии с этой теорией компоненты тензора деформации в данной точке материала зеркала при постоянной, фиксированной температуре находятся в линейной зависимости от компонент тензора механических напряжений, относящихся к этой точке [16].

Упругая деформация криволинейного отражающего зеркала оценивается по методу перемещений и при конечно-элементном представлении предполагает решение системы уравнений в матричной форме, имеющей вид [16, 17]

$$\{R\} = [K] \cdot \{\delta^c\}, \quad (6)$$

где  $[K]$  – общая матрица жесткости всей конструкции зеркала;  $\{R\} = \{r_1 \ r_2 \ \dots \ r_k\}^T$  – вектор сосредоточенных усилий во всех узлах сетки КЭ (кроме опорных);  $\{\delta^c\} = \{\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_k\}^T$  – вектор перемещений всех узлов сетки КЭ, состоящий из векторов перемещений каждого узла.

Учитывая, что к каждому узлу сетки обычно примыкают несколько КЭ, вносящих вклад в матрицу жесткости, для каждого  $i$ -го узла общая матрица жесткости  $[K_i]$  будет включать сумму элементов матрицы жесткости  $[k_{is}]$  всех примыкающих к узлу элементов, т.е.  $[K_i] = \sum_s [k_{is}]$ .

Для формирования общей матрицы жесткости конструкции из матриц жесткости отдельных КЭ разработаны алгоритмы, позволяющие последовательно соединять КЭ во фрагменты более высокого уровня с помощью специальных соединительных матриц.

### Результаты моделирования

С использованием предложенной конечно-элементной математической модели было проведено исследование влияния внешних воздействий, деформирующих зеркало, на электрические характеристики параболической антенны. Расчеты для математической модели антенны с зеркалом в виде параболоида вращения диаметром  $D = 2$  м толщиной 3 мм с фокусным расстоянием 0,7 м, выполненного из алюминия, при облучении зеркала электромагнитной волной с  $\lambda = 3$  см и вертикальной поляризацией, создаваемой рупором с размерами излучающего раскрыва в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно  $0,65\lambda$  и  $0,48\lambda$ , и допуске серийного производства  $\Delta_{\max} = 10^{-3} \cdot D$  показали следующее (рис. 3).

При температуре окружающей среды  $20^\circ\text{C}$  и идеально гладкой излучающей поверхности параболоида формируется ДН с шириной на уровне половинной мощности  $2\varphi_{0,5} = 1,04^\circ$  и уровнем боковых лепестков (УБЛ) равным  $-19,8$  дБ (рис. 3, кривая 1), которую будем называть исходной. Учет случайных производственных погрешностей и деформаций поверхности зеркала антенны из-за его перегрева солнечным излучением с интенсивностью  $950 \text{ Вт/м}^2$  приводит по сравнению с исходной ДН к ее заметному расширению ( $2\varphi_{0,5} = 1,1^\circ$ ) и росту УБЛ (рис. 3, кривая 2), что приводит к общим потерям коэффициента усиления (КУ) на 0,85 дБ. Дополнительный рост температуры окружающей среды с  $20^\circ\text{C}$  до  $40^\circ\text{C}$  приводит к тому, что при малом увеличении УБЛ ширина ДН достигает  $2\varphi_{0,5} = 1,16^\circ$  (рис. 3, кривая 3), а общие потери КУ уже составляют 1,28 дБ.

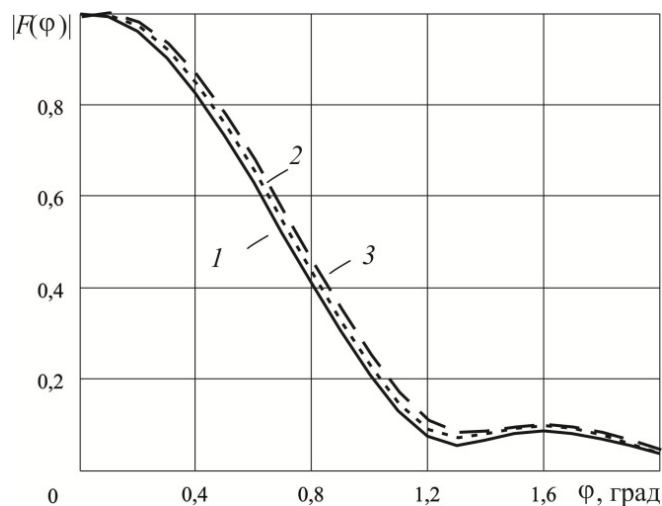


Рис. 3. Влияние солнечного перегрева и температуры среды на ДН антенны в горизонтальной плоскости

Таким образом, изменение температуры окружающей среды и перегрев поверхности отражателя реальной параболической антенны солнечным излучением существенно меняют ее характеристики, что необходимо учитывать при проектировании и эксплуатации микроволновых антенн.

Значительное влияние на характеристики микроволновой антенны оказывают и механические воздействия, например вибрационные. Для модельного исследования влияния таких воздействий на амплитудные ДН зеркальной параболической антенны была рассмотрена конструкция зеркала диаметром 0,71 м, закрепленная в центре вертикально с помощью дискового «держателя», испытывающего вибрационные колебания с различными амплитудами на частоте 48 Гц [18].

При  $\lambda = 3$  см исходная ДН зеркальной параболической антенны в вертикальной плоскости, полученная с использованием КЭ электродинамической модели, до деформации зеркала имеет на уровне половинной мощности ширину  $2\theta_{0,5} = 2,64^\circ$  и вид, показанный на рис. 4 (кривая 1). Эта ДН близка к результатам расчета с использованием лямбда-функций (рис. 4, кривая 2), что подтверждает адекватность предложенной математической модели [19].

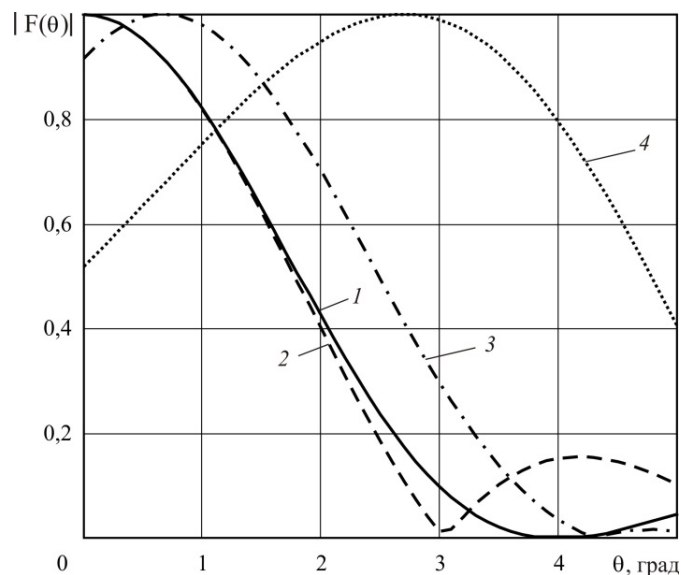


Рис. 4. Амплитудные ДН зеркальной параболической антенны

При малых деформациях параболического зеркала, возникающих из-за вибрационных воздействиях с амплитудами 1...3 мм на частоте 48 Гц (например, при полете самолета), максимум ДН смещается на угол  $\theta_1 = 0,67^\circ$  (рис. 4, кривая 3), но ее ширина меняется мало ( $2\theta_{0,5} = 2,66^\circ$ ).

При больших деформациях параболического зеркала, возникающих при вибрационных воздействиях с амплитудами 10...13 мм на частоте 48 Гц, максимум ДН смещается уже на  $\theta_1 = 2,7^\circ$

(рис. 4, кривая 4), а ее ширина значительно увеличивается ( $2\theta_{0,5} = 3,51^\circ$ ) относительно расчетных значений для недеформированного зеркала. Как видно из рис. 4, увеличение амплитуды вибрационных воздействий приводит к росту ширины ДН антенны и смещению ее максимума относительно расчетных значений в отсутствие вибраций, причем эта зависимость оказывается нелинейной.

### Заключение

Предложенный подход к построению обобщенной математической модели микроволновой антенны позволяет системно исследовать сложные процессы тепловых и механических воздействий на ее конструкцию и оценить негативное изменение характеристик излучения этой антенны еще на этапе проектирования, что дает возможность создавать оптимальные в заданных условиях эксплуатации конструкции антенн.

### Список литературы

1. Семенов А. А. Теория электромагнитных волн. М. : Изд-во МГУ, 1968. 320 с.
2. Якимов А. Н. К проблеме дискретного представления излучения параболической антенны // Надежность и качество сложных систем. 2015. № 3. С. 17–22.
3. Звонарев С. В. Основы математического моделирования : учеб. пособие. Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. 112 с.
4. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. М. : Наука, 1978. 400 с.
5. Введение в математическое моделирование : учеб. пособие / под ред. П. В. Трусова. М. : Логос, 2005. 440 с.
6. Батищев Д. И. Методы оптимального проектирования. М. : Радио и связь, 1984. 248 с.
7. Устенко А. С. Основы математического моделирования и алгоритмизации процессов функционирования сложных систем. М. : Изд-во МГУ, 2005. 236 с.
8. Сабоннадьер Ж. К., Кулон Ж. Л. Метод конечных элементов и САПР. М. : Мир, 1989. 190 с.
9. Gordon W. B. Far-Field Approximations to the Kirchhoff-Helmholtz Representations of Scattered Fields // IEEE Trans. on Antennas and Propagat. 1975. Vol. AP-23, № 4. P. 590–592.
10. Michaeli A. Equivalent Edge Currents for Arbitrary Aspects of Observation // IEEE Trans. on Antennas and Propagat. 1984. Vol. AP-32, № 3. P. 252–258.
11. Дульнев Г. Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре : учебник для вузов. М. : Высш. шк., 1984. 247 с.
12. Лыков А. В. Теория теплопроводности : учеб. пособие. М. : Высш. шк., 1967. 600 с.
13. Якимов А. Н. Оценка температурного поля криволинейного отражателя антенны в нестационарном режиме // Измерительная техника. 2004. № 3. С. 38–41.
14. Якимов А. Н. Обобщенная математическая модель излучения микроволновой антенны при внешних воздействиях // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. 2018. Т. 1. С. 96–100.
15. Якимов А. Н., Аброськин П. А. Математическое моделирование тепловых воздействий на криволинейную излучающую поверхность антенны // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. 2002. С. 172–173.
16. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М. : Наука, 1975. 576 с.
17. Якимов А. Н., Яковлев С.А. Моделирование влияния механических воздействий на характеристики микроволновых антенн // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2006. № 6. С. 344–351.
18. Шишулин Д. Н., Юрков Н. К., Якимов А. Н. Моделирование излучения зеркальной антенны с учетом вибрационных деформаций // Измерительная техника. 2013. № 11. С. 54–56.
19. Дабкин А. Л., Зузенко В. Л., Кислов А. Г. Антенно-фидерные устройства. М. : Сов. радио, 1974. 536 с.

### References

1. Semenov A.A. *Teoriya elektromagnitnykh voln = Theory of electromagnetic waves*. Moscow: Izd-vo MGU, 1968:320. (In Russ.)
2. Yakimov A.N. On the problem of discrete representation of parabolic antenna radiation. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system = Reliability and quality of complex systems*. 2015;(3):17–22. (In Russ.)
3. Zvonarev S.V. *Osnovy matematicheskogo modelirovaniya: ucheb. posobie = Fundamentals of mathematical modeling : textbook*. Ekaterinburg : Izd-vo Ural. un-ta, 2019:112. (In Russ.)
4. Buslenko N.P. *Modelirovanie slozhnykh system = Modeling of complex systems*. Moscow: Nauka, 1978:400. (In Russ.)
5. Trusov P.V. (ed.). *Vvedenie v matematicheskoe modelirovanie: ucheb. posobie = Introduction to mathematical modeling : textbook*. Moscow: Logos, 2005:440. (In Russ.)

6. Batishchev D.I. *Metody optimal'nogo proektirovaniya = Methods of optimal design*. Moscow: Radio i svyaz', 1984:248. (In Russ.)
7. Ustenko A.S. *Osnovy matematicheskogo modelirovaniya i algoritimizatsii protsessov funktsionirovaniya slozhnykh system = Fundamentals of mathematical modeling and algorithmization of the processes of functioning of complex systems*. Moscow: Izd-vo MGU, 2005:236. (In Russ.)
8. Sabonnad'er Zh.K., Kulon Zh.L. *Metod konechnykh elementov i SAPR = Finite element method and CAD*. Moscow: Mir, 1989:190. (In Russ.)
9. Gordon W.B. Far-Field Approximations to the Kirchhoff-Helmholtz Representations of Scattered Fields. *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.* 1975;AP-23(4):590–592.
10. Michaeli A. Equivalent Edge Currents for Arbitrary Aspects of Observation. *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.* 1984;AP-32(3):252–258.
11. Dul'nev G.N. *Teplo- i massoobmen v radioelektronnoy apparature: uchebnik dlya vuzov =* . Moscow: Vyssh. shk., 1984:247. (In Russ.)
12. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti: ucheb. posobie = Theory of thermal conductivity : textbook*. Moscow: Vyssh. shk., 1967:600. (In Russ.)
13. Yakimov A.N. Evaluation of the temperature field of a curved antenna reflector in a non-stationary mode. *Izmeritel'naya tekhnika = Measuring technique*. 2004;(3):38–41. (In Russ.)
14. Yakimov A.N. Generalized mathematical model of microwave antenna radiation under external influences. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo = Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality*. 2018;1:96–100. (In Russ.)
15. Yakimov A.N., Abros'kin P.A. Mathematical modeling of thermal effects on the curved radiating surface of the antenna. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo = Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality*. 2002:172–173. (In Russ.)
16. Timoshenko S.P., Gud'er Dzh. *Teoriya uprugosti = Theory of elasticity*. Moscow: Nauka, 1975:576. (In Russ.)
17. Yakimov A.N., Yakovlev S.A. Modeling of the influence of mechanical influences on the characteristics of microwave antennas. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = Proceedings of higher educational institutions. Volga region. Technical sciences*. 2006;(6):344–351. (In Russ.)
18. Shishulin D.N., Yurkov N.K., Yakimov A.N. Modeling of the radiation of a mirror antenna taking into account vibration deformations. *Izmeritel'naya tekhnika = Measuring technique*. 2013;(11):54–56. (In Russ.)
19. Drabkin A.L., Zuzenko V.L., Kislov A.G. *Antenno-fidernye ustroystva = Antenna-feeder devices*. Moscow: Sov. radio, 1974:536. (In Russ.)

### Информация об авторах / Information about the authors

#### Александр Николаевич Якимов

доктор технических наук, профессор,  
 профессор кафедры конструирования и технологий  
 электронных и лазерных средств,  
 Санкт-Петербургский государственный университет  
 аэрокосмического приборостроения  
 (Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, 67)  
 E-mail: y\_alder@mail.ru

#### Aleksandr N. Yakimov

Doctor of technical sciences, professor,  
 professor of the sub-department of construction  
 and technology of electronic and laser equipment,  
 Saint Petersburg State University  
 of Aerospace Instrumentation  
 (67 Bolshaya Morskaya street, Saint Petersburg, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /  
 The authors declare no conflicts of interests.**

**Поступила в редакцию / Received 10.12.2021**

**Поступила после рецензирования / Revised 10.01.2022**

**Принята к публикации / Accepted 11.02.2022**