

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ БОРТОВЫХ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

С. И. Фролов¹, Е. А. Данилова², Г. В. Таньков³, И. И. Кочегаров⁴, А. В. Григорьев⁵

^{1,2,3,4,5} Пензенский государственный университет, Пенза, Россия
¹ sfrolov46@mail.ru, ² siori@list.ru, ³ g.tankov43@mail.ru, ⁴ kipra@pnzgu.ru, ⁵ a_grigorev@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Важной задачей при разработке бортовых радиоэлектронных средств является оценка резонансных частот конструкции. Цилиндрическая форма конструкции применяется реже, чем прямоугольная, притом, что в ряде случаев обладает большей жесткостью. Кроме того, в литературе отсутствуют инженерные методики для определения собственных частот колебаний (СЧК) цилиндрических оболочек. Целью работы является разработка методики решения задачи нахождения минимальной СЧК свободно опертой круговой цилиндрической оболочки и получено аналитического выражения для частотных параметров цилиндра с заземленными торцами. *Материалы и методы.* В работе используются положения теории механических колебаний для получения аналитических выражений собственной частоты колебаний цилиндрической оболочки. Для численного решения используются методы конечных элементов и программный пакет ANSYS. *Результаты.* Предложены результаты расчетов собственных частот колебаний цилиндрических тонкостенных оболочек с заземленными краями, позволяющие обоснованно выбрать размеры конструкции с точки зрения защиты от резонанса. Выполнено численное моделирование, подтвердившее адекватность предложенной математической модели. *Вывод.* Результаты работы в виде рекомендаций по повышению жесткости конструкций цилиндрических конструкций бортовых радиоэлектронных средств позволят создавать более надежные конструкции за счет улучшения стойкости к вибрации.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, собственная частота колебаний, математическое моделирование, вибрация, резонанс, защита

Для цитирования: Фролов С. И., Данилова Е. А., Таньков Г. В., Кочегаров И. И., Григорьев А. В. Разработка методики определения резонансных частот тонкостенных цилиндрических конструкций бортовых радиоэлектронных средств // Надежность и качество сложных систем. 2021. № 1. С. 102–113. doi:10.21685/2307-4205-2021-1-10

DEVELOPMENT OF A METHOD FOR DETERMINING THE RESONANT FREQUENCIES OF THIN-WALLED CYLINDRICAL STRUCTURES ON-BOARD ELECTRONIC EQUIPMENT

S.I. Frolov¹, E.A. Danilova², G.V. Tan'kov³, I.I. Kochegarov⁴, A.V. Grigor'ev⁵

^{1,2,3,4,5} Penza State University, Penza, Russia
¹ sfrolov46@mail.ru, ² siori@list.ru, ³ g.tankov43@mail.ru, ⁴ kipra@pnzgu.ru, ⁵ a_grigorev@mail.ru

Abstract. *Background.* An important task in the development of airborne radioelectronic facilities is the assessment of the resonant frequencies of the structure. The cylindrical shape of the structure is used less often than the rectangular one, moreover, in some cases it has greater rigidity. In addition, there are no engineering techniques in the literature for determining the natural vibration frequencies (EF) of cylindrical shells. The aim of this work is to develop a methodology for solving the problem of finding the minimum SCF of a freely supported circular cylindrical shell and an analytical expression for the frequency parameters of a cylinder with restrained ends is obtained. *Materials and methods.* The paper uses the provisions of the theory of mechanical vibrations to obtain analytical expressions for the natural frequency of vibrations of a cylindrical shell. For the numerical solution, finite element methods and the ANSYS software package are used. *Results.* The results of calculations of natural frequencies of vibrations of cylindrical thin-walled shells with restrained edges are proposed, which make it possible to reasonably choose the dimensions of the structure from the point of view of protection against resonance. Numerical modeling has been carried out,

which has confirmed the adequacy of the proposed mathematical model. *Conclusion.* The results of the work in the form of recommendations for increasing the stiffness of the structures of cylindrical structures of onboard radio-electronic means will make it possible to create more reliable structures by improving the resistance to vibration.

Keywords: cylindrical shell, natural vibration frequency, mathematical modeling, vibration, resonance, protection

For citation: Frolov S.I., Danilova E.A., Tan'kov G.V., Kochegarov I.I., Grigor'ev A.V. Development of a method for determining the resonant frequencies of thin-walled cylindrical structures on-board electronic equipment. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems.* 2021;1:102–113. (In Russ.). doi:10.21685/2307-4205-2021-1-10

Введение

Наиболее важной и требующей особого внимания группой факторов надежности бортовых радиоэлектронных средств (БРЭС) являются конструктивные факторы, поскольку исправление ошибок конструирования, приводящих к отказам аппаратуры, как правило, оказывается самым дорогостоящим, так как требует последующих изменений в технической подготовке производства и доработки или списания задела продукции.

Ситуация осложняется тем, что часто имеют место так называемые «постепенные» отказы, которые являются следствием деградации физико-механических свойств материалов под влиянием внешних воздействий и естественного старения. Выявить причины таких отказов БРЭС в условиях длительной эксплуатации бывает очень сложно и, соответственно, большой проблемой является получение достоверной статистики для оценки принятых конструктивных решений по каждой конкретной разработке.

Тем не менее, основываясь на опыте эксплуатации большого числа различных БРЭС, многие специалисты видят причиной значительного числа отказов (до 30 % всех отказов) недостаточную вибропрочность БРЭС, что является следствием наличия резонансов элементов их конструкции. Это значит, что традиционно применяемые методы защиты от вибрации, такие как демпфирование и амортизация, не всегда гарантируют безотказность БРЭС, спроектированных с резонансами, и отказы таких БРЭС следует отнести к конструктивным факторам. Именно поэтому важнейшим конструктивным методом обеспечения вибропрочности БРЭС является отстройка резонансных частот элементов конструкции за пределы диапазона частот внешних возмущающих воздействий, или другими словами, создание безрезонансных конструкций в заданном диапазоне частот вибрации.

Однако было бы не совсем правильно во всех случаях наличия резонансов в БРЭС считать их конструктивной ошибкой. В сложных случаях, при отсутствии проверенных инженерных методик расчета, когда у конструктора нет ни квалификации, ни времени на научные изыскания, наличие резонансов следует квалифицировать как ошибку, допущенную на этапе НИР.

Цилиндрическая форма блока в сравнении с прямоугольной, при сопоставимых по величине объемах, в ряде случаев обладает большей жесткостью, что позволяет создать безрезонансную конструкцию с меньшим весом и габаритами. Однако такая форма при проектировании аппаратуры используется относительно редко и, как правило, преимущественно тогда, когда является частью цилиндрической конструкции изделия, например, в случае приборных отсеков ракет малой и средней дальности различного назначения. В данном случае, когда продольные нагрузки невелики и могут быть восприняты обшивкой относительно небольшой толщины, защитный кожух является обшивкой приборного отсека, ограничивает его внутренний объем, защищая от воздействия факторов окружающей среды.

В герметичных блоках БРЭС защитный кожух представляет собой пространственную тонкостенную конструкцию, жестко закрепленную на основании. В авиационных ракетах защитный кожух приборных отсеков часто выполняется в виде неподкрепленной или подкрепленной стрингерами гладкой цилиндрической оболочки, имеющей по торцам стыковочные шпангоуты, предназначенные для соединения с соседними отсеками. Герметизация приборного отсека существенно повышает надежность аппаратуры, создает наилучшие условия работы приборов во время полета, обеспечивает высокую боеготовность ракеты и способствует повышению точности полета. Поэтому разгерметизация приборного отсека, которая может наступить под воздействием интенсивной широкополосной вибрации в процессе длительной эксплуатации, является крайне опасной, особенно при наличии резонансов [1–3].

Создание безрезонансных цилиндрических конструкций затруднено из-за отсутствия инженерных методик и сложности определения собственных частот колебаний (СЧК) круговых цилиндрических оболочек (далее по тексту – цилиндров) по данным многочисленных публикаций и справочной литературы [4–6]. При этом следует отметить трудности экспериментального определения СЧК цилиндров, так как для этого требуются знания особенностей их спектра.

В отличие от спектра таких упругих тел, как стержни и пластины, где расположение частот имеет некоторый регулярный порядок, спектр СЧК цилиндрических оболочек не подчиняется какому-либо простому правилу. Например, минимальной (основной) СЧК цилиндра соответствует не самая простая форма колебаний с минимальным количеством волн в окружном направлении. Число таких волн зависит от физических свойств и соотношения размеров цилиндров и может быть достаточно большим. Кроме того, при эксперименте на спектр СЧК существенное влияние оказывают даже малые начальные неправильности цилиндров, такие как отклонения поперечного сечения от идеальной формы и т.п. [7]. При таких обстоятельствах вместо натуральных экспериментов важную роль играет компьютерное моделирование, в данном случае – методом конечных элементов (МКЭ).

Метод конечных элементов в настоящее время распространен достаточно широко, он в частности используется в таких пакетах программ, как отечественные вычислительные комплексы SCAD, MicroFe, иностранные – ANSYS, SOLIDWORKS, SIMULATION и др. Но при всех достоинствах МКЭ пакеты программ на его основе получаются громоздкими, ресурсоемкими, сложными в освоении и дорогими. Это в нашем случае делает их использование при практическом проектировании не рациональным. Однако при проведении исследований для разработки инженерных методик проектирования безрезонансных конструкций эти пакеты программ могут быть с успехом использованы.

В данной статье приведены результаты исследований по методике определения СЧК тонкостенных круговых цилиндрических оболочек с закрепленными торцами, решены тестовые задачи с использованием пакета программ ANSYS и даны рекомендации по созданию безрезонансных цилиндрических конструкций на ранних стадиях проектирования БРЭС.

Исследование методики определения СЧК цилиндров

Исследование СЧК проводится для цилиндров с идеальной цилиндрической срединной поверхностью с круговым поперечным сечением, так как получаемая в этом случае математическая модель при своей относительной простоте обладает многими свойствами реальных цилиндрических конструкций БРЭС.

В настоящее время по проблеме определения СЧК цилиндрических оболочек имеется большое число публикаций с информацией в основном теоретического характера. Целью настоящей работы является разработка инженерной методики расчета минимальных СЧК цилиндров и практического использования результатов для синтеза безрезонансных цилиндрических конструкций БРЭС.

Для начала целесообразно кратко рассмотреть последовательность решения задачи нахождения СЧК цилиндра в рамках «классической» теории, построенной на основе гипотезы прямых недеформируемых нормалей, когда исследования сводятся фактически к исследованию поведения срединной поверхности. Погрешность такой теории для нашего случая $R/h > 20$ (R – радиус, h – толщина стенки цилиндра) по результатам многочисленных исследований составляет не более 5 %.

Для определения СЧК свободно опертых цилиндрических оболочек используется формула

$$f = \frac{K_{mn}}{2\pi R} \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}, \quad (1)$$

где E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона; ρ – плотность материала цилиндра.

Частотный коэффициент K_{mn} находится путем решения динамических уравнений линейных колебаний цилиндрической оболочки.

Разрешающие уравнения цилиндрической оболочки в этом случае без учета волнового характера распространения деформации имеют вид [8]:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2}{\delta \xi^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\delta^2 u}{\delta \phi^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\delta^2 v}{\delta \xi \delta \phi} - \mu \frac{\delta \omega}{\delta \xi} &= 0; \\ \frac{1+\mu}{2} \frac{\delta^2 u}{\delta \xi \delta \phi} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\delta^2 v}{\delta \xi^2} + \frac{\delta^2 v}{\delta \phi^2} - \frac{\delta \omega}{\delta \phi} &= 0; \\ \mu \frac{\delta u}{\delta \xi} + \frac{\delta u}{\delta \phi} - \omega - \beta \nabla^4 \omega &= L^* \frac{\delta^2 \omega}{\delta t^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь введены следующие обозначения: u, v, w – обозначения компонент перемещения точек срединной поверхности цилиндра в направлениях: x – вдоль образующей, y – в окружном направлении, z – вдоль нормали к срединной поверхности;

$$\xi = \frac{x}{R}; \beta = \frac{h^2}{12R^2}; L^* = \frac{1-\mu^2}{E} \rho R^2.$$

На основании уравнений (2) путем преобразований получают несвязанные уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{1-\mu^2} \nabla^8 \omega + \frac{\delta^4 u}{\delta \xi^4} + \frac{L^*}{1-\mu^2} \frac{\delta^2}{\delta t^2} (\nabla^4 \omega) &= 0; \\ \nabla^4 u &= \frac{\delta}{\delta \xi} \left(\mu \frac{\delta^2 \omega}{\delta \xi^2} - \frac{\delta^2 \omega}{\delta \phi^2} \right); \\ \nabla^4 u &= \frac{\delta}{\delta \xi} \left[\frac{\delta^2 \omega}{\delta \phi^2} + (2+\mu) \frac{\delta^2 \omega}{\delta \xi^2} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Точное решение для цилиндра длиной l при свободном опирании торцов ищется в виде разложения по формам собственных колебаний

$$u_{n,m} = A_{n,m} \cos \lambda_m \xi \cos n\phi \cos \omega t; \quad v_{n,m} = B_{n,m} \sin \lambda_m \xi \sin n\phi \cos \omega t; \quad w_{n,m} = C_{n,m} \sin \lambda_m \xi \cos n\phi \cos \omega t,$$

где $\lambda m = m\pi R/l$ – параметр продольной волны, который характеризует количество продольных полу-волн деформации ($m=1, 2, 3, \dots$); n – число волн в окружном направлении ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Частотное уравнение, отвечающее системе (3), имеет единственный действительный корень, и выражение для частотного коэффициента K_{mn} запишется

$$K_{mn} = \sqrt{\frac{(1-\mu^2)\lambda_m^4 + \beta(\lambda_m^2 + n^2)^4}{(\lambda_m^2 + n^2)^2}}. \quad (4)$$

Из анализа выражения (4) видно, что необходимое для создания безрезонансной конструкции минимальное (основное) значение собственной частоты соответствует одной продольной полу-волне при $m = 1$.

Минимальное значение n_{\min}^2 находится из условия экстремума $dK_{mn}^2/dn^2 = 0$:

$$n_{\min}^2 = \lambda_m^4 \sqrt{\frac{1-\mu^2}{\beta}} - \lambda_m^2. \quad (5)$$

Подстановка выражения (5) в формулу (4) после несложных преобразований дает для минимального СЧК свободно опертого цилиндра следующее выражение:

$$K_{mn} = \pi \frac{R}{l} \sqrt{\frac{h}{R}} \sqrt[4]{\frac{1-\mu^2}{3}}, \quad (6)$$

или в степенных функциях при $\mu = 0,3$;

$$K_{mn} = 2,331 \left(\frac{l}{R}\right)^{-1} \left(\frac{R}{h}\right)^{-0,5}. \quad (7)$$

Расчеты частотного параметра по формуле (7) показывают хорошее совпадение с данными справочника [4] (табл. 1).

Таблица 1

$K_{mn} \cdot 100$		R/h			
		100	200	300	400
l/R	1	23,31	16,49	13,46	11,66
		23,08	16,47	13,46	11,61
	%	1,02	0,10	0,01	0,41
	2	11,66	8,24	6,73	5,83
		11,43	8,14	6,67	5,83
	%	1,99	1,25	0,92	-0,01
	3	7,77	5,50	4,49	3,89
		7,61	5,39	4,49	3,83
	%	2,14	1,99	0,04	1,38
	4	5,83	4,12	3,37	2,91
		5,78	4,14	3,30	2,89
	%	0,91	-0,52	1,91	0,88

Представить значения K_{mn} в табличном виде можно с привязкой к толщине стенки и длине цилиндра, что удобно для восприятия.

Для примера ниже приведены значения $K_{mn} \cdot 100$ для цилиндра с радиусом $R = 75$ мм и свободным опиранием торцов (табл. 2).

Таблица 2

Свободное опирание			R/h						
			150	100	75	60	50	42,9	37,5
			$R, \text{ мм}$	$h, \text{ мм}$					
l/R	0,67	75	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
	1	50	28,55	34,97	40,38	45,15	49,46	53,42	57,11
	1,33	75	19,04	23,32	26,92	30,10	32,97	35,61	38,07
	1,67	100	14,28	17,49	20,19	22,57	24,73	26,71	28,55
	2	125	11,42	13,99	16,15	18,06	19,78	21,37	22,84
	2,33	150	9,52	11,66	13,46	15,05	16,49	17,81	19,04
	2,67	175	8,16	9,99	11,54	12,90	14,13	15,26	16,32
	3	200	7,14	8,74	10,10	11,29	12,36	13,36	14,28
	3,33	225	6,35	7,77	8,97	10,03	10,99	11,87	12,69
	3,67	250	5,71	6,99	8,08	9,03	9,89	10,68	11,42
	4	275	5,19	6,36	7,34	8,21	8,99	9,71	10,38
		300	4,76	5,83	6,73	7,52	8,24	8,90	9,52

Для цилиндров с жестким защемлением, в отличие от свободного опирания торцов, для определения частотного параметра K_{mn} на практике рекомендуется использование различных достаточно сложных полуэмпирических формул и графиков.

В то же время аппроксимацией данных справочника [4] степенными функциями с использованием офисного пакета программ Excel можно легко получить аналитическое выражение, аналогичное (7), для частотных параметров цилиндра с защемленными торцами:

$$K_{mn} = 2,331 \left(\frac{l}{R}\right)^{-0,935} \left(\frac{R}{h}\right)^{-0,45}. \quad (8)$$

Погрешность значений частотных параметров, рассчитанных по полуэмпирической формуле (8), в сравнении с данными по справочнику [4] укладывается в $\pm 2\%$ (табл. 3).

Таблица 3

		<i>R/h</i>			
		100	200	300	400
<i>l/R</i>	1	29,32	21,42	17,89	15,70
		29,35	21,48	17,90	15,73
	%	0,09	0,29	0,05	0,16
	2	15,53	11,30	9,366	8,230
		15,35	11,24	9,362	8,225
	%	-1,17	-0,57	-0,04	-0,06
	3	10,59	7,692	6,411	5,57
		10,51	7,69	6,41	5,63
	%	-0,79	-0,02	-0,05	1,08
	4	8,158	5,863	4,822	4,233
		8,03	5,88	4,90	4,30
	%	-1,59	0,24	1,55	1,63

Однако данные табл. 3 подтверждают точность расчетов только для тонких ($R/h > 100$) и длинных ($l/R > 1$) оболочек цилиндров. А для более тонких ($20 > R/h > 100$) и коротких ($l/R < 1$) цилиндров погрешность значений частотных параметров требует уточнений, в нашем случае – с использованием численных решений тестовых задач.

С целью настройки и проверки точности решения задачи по расчету СЧК цилиндра с использованием комплекса программ ANSYS определены собственные частоты стального цилиндра с размерами:

$$R = 76 \text{ мм}, l = 305 \text{ мм}; h = 0,25 \text{ мм}.$$

Механические характеристики материала цилиндра $E = 1,96 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu = 0,3$, $\rho = 7700$ кг/м³.

Цилиндр с такими параметрами многократно использовался в качестве тестового, и на него имеется достаточная статистика, в том числе результаты эксперимента. В табл. 4 представлены данные по основной собственной частоте выше указанного цилиндра, найденные различными методами.

Таблица 4

Справочник [4]				SCAD [10]	MicroFe [11]	ANSYS
Точное значение	Эксперимент	По Рэлею – Ритцу	Арнольд			
533	525	545	541	522,2	522	521,5

Как видно из таблицы, имеется большой разброс значений основной собственной частоты цилиндра. Особенно это касается значений, найденных приближенными методами. Использование численных методов дало хорошо совпадающие результаты, подкрепленные экспериментом, что позволяет использовать комплекс ANSYS для тестовых расчетов СЧК цилиндров.

Погрешность расчетов частот по формулам (1), (8) исследовалась с использованием пакета программ ANSYS на примере расчета СЧК для трех стальных цилиндров с размерами:

1) $R = 76$ мм, $l = 305$ мм; 2) $R = 106$ мм, $l = 150$ мм; 3) $R = 150$ мм, $l = 75$ мм.

Толщина для всех цилиндров принималась: $h = 0,5; 1; 1,5; 2$ мм, механические характеристики: $E = 1,96 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu = 0,3$, $\rho = 7700$ кг/м³.

Далее приводятся результаты расчетов собственных частот колебаний в табличном виде для трех вышеприведенных вариантов цилиндров (табл. 5). Данные получены с использованием программы ANSYS. В скобках указано количество полуволн по длине цилиндра $m > 1$.

Таблица 5

Цилиндр 1, Толщина h , мм							
0,5		1		1,5		2	
СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n
718,66	5	976,64	4	1241,4	4	1367,8	3
801,57	4	1138,2	5	1281,1	3	1515,8	4
827,12	6	1190,7	3	1651,7	5	1960,4	2
1051,7	7	1525,6	6	1946,5	2	2151,6	5
1148,1	3	1661,1	5(2)	2089,6	4(2)	2313,1	4(2)
1211,8	6(2)	1818,1	6(2)	2119,6	5(2)	2593,2	5(2)
1274,3	7(2)	1873,6	4(2)	2308,8	6	2722,6	3(2)
1347,4	8	1900,5	2	2586,1	6(2)	3054,6	6
1355,5	5(2)	2045,2	7	2650,6	3(2)	3339,6	6(2)
1483,2	8(2)	2227	7(2)	2914,4	5(3)	3368,1	5(3)
1696,5	9	2368,8	6(3)	3113,4	6(3)	3443,6	1
1711,8	7(3)	2484,2	5(3)	3128,6	7	3456,6	4(3)
1758,3	4(2)	2548,1	3(2)	3241,7	4(3)	3871,5	6(3)
1773,8	8(3)	2591,8	7(3)	3324,7	7(2)	3971,4	2(2)
Цилиндр 2, Толщина h , мм							
0,5		1		1,5		2	
СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n
1248,6	6	1702,6	5	2089,1	5	2309,2	4
1298,4	7	1837,8	6	2115,4	4	2530,8	5
1417,9	5	1962,7	4	2528,7	6	2812,5	3
1505,2	8	2246,1	7	2755,8	3	3255,9	6
1815,4	9	2711,7	3	3259,2	7	3942,9	5(2)
1861,1	4	2827	8	3494,1	6(2)	4179,6	6(2)
2088,2	8(2)	2901,9	6(2)	3564,3	5(2)	4184,7	2
2163,3	7(2)	2941,3	7(2)	3901,2	7(2)	4288,6	7
2197,7	10	3261,8	5(2)	4168,6	2	4393,9	4(2)
2205,5	9(2)	3294,3	8(2)	4182,3	8	4935,5	7(2)
2468,5	10(2)	3530,3	9	4223,5	4(2)	5541,9	8
2472,4	6(2)	3870,3	9(2)	4648,6	8(2)	5653,8	3(2)
2637	11	4091,6	4(2)	4983,1	6(3)	5667,3	6(3)
2680,5	3	4103	7(3)	5024,5	7(3)	5868,5	5(3)
Цилиндр 3, Толщина h , мм							
0,5		1		1,5		2	
СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n	СЧК, Гц	n
2004	11	2738,7	8	3277,7	7	3734,2	7
2010,7	10	2747,2	9	3311,1	8	3772,6	6
2081,1	12	2899	7	3478,9	6	3968,7	8
2111,6	9	2904,9	10	3551	9	4115,4	5
2229,2	13	3187,1	11	3935,8	5	4431,7	9
2315	8	3242,6	6	3961,5	10	4793,3	4
2435,8	14	3569,9	12	4508,3	11	5077,7	10
2630,5	7	3791,8	5	4684,3	4	5870,7	11
2690,2	15	4034,1	13	5165,7	12	5872,2	3
2984,4	16	4566,2	14	5765,9	9(2)	6660,3	8(2)
3076,3	6	4595,1	4	5784,9	8(2)	6685,1	7(2)
3312,6	17	4716,2	10(2)	5804,7	3	6786,7	12
3391,3	13(2)	4776,1	11(2)	5916,3	13	6874	9(2)
3426,7	12(2)	4804	9(2)	5940,2	10(2)	6964,6	6(2)

Для наглядного понимания результатов расчетов на рис. 1–5 показаны некоторые основные собственные формы колебаний цилиндров, отличающихся геометрическими размерами, в частности, с разными радиусами, длинами и толщинами оболочки.

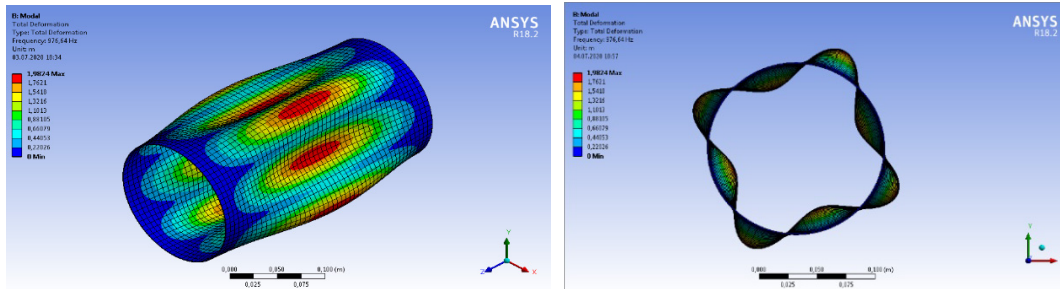


Рис. 1. Цилиндр $R = 76$ мм, $l = 305$ мм, $h = 1$ мм; СЧК – 976,6 Гц

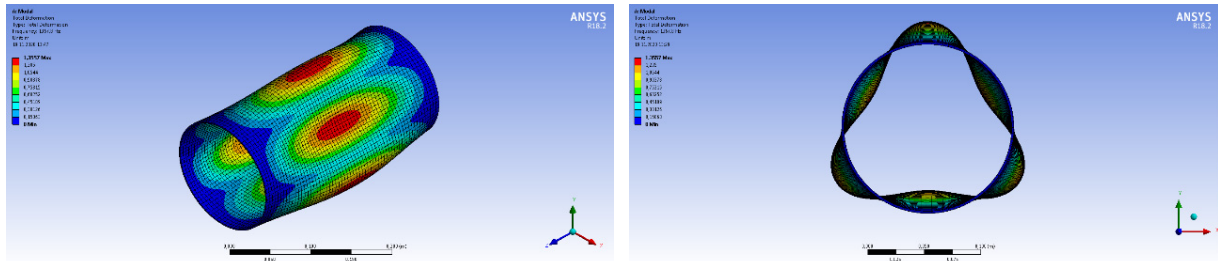


Рис. 2. Цилиндр $R = 76$ мм, $l = 305$ мм, $h = 2$ мм; СЧК – 1367,8 Гц

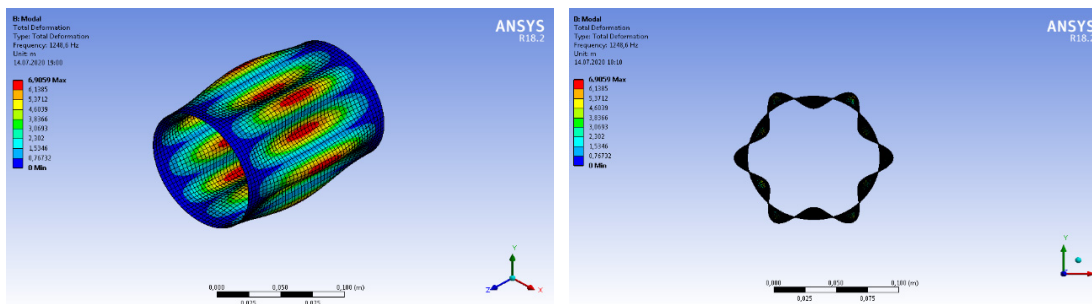


Рис. 3. Цилиндр $R = 106$ мм, $l = 150$ мм, $h = 0,5$ мм; СЧК – 1248,6 Гц

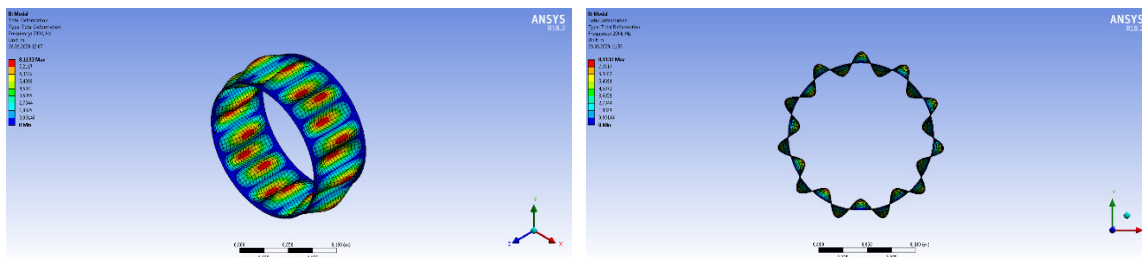


Рис. 4. Цилиндр $R = 150$ мм, $l = 75$ мм, $h = 0,5$ мм; СЧК – 2004,0 Гц

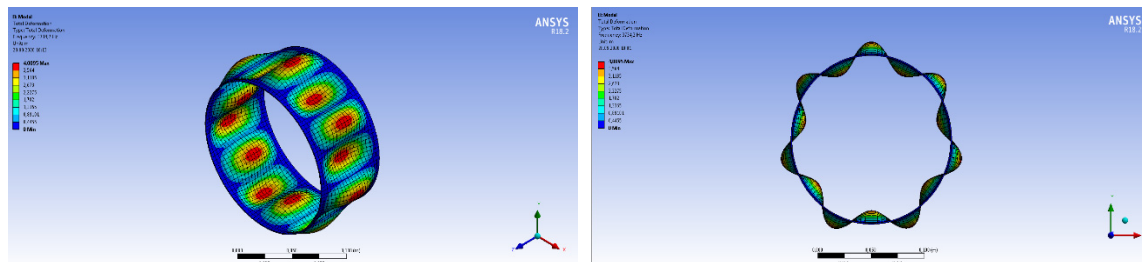


Рис. 5. Цилиндр $R = 150$ мм, $l = 75$ мм, $h = 2$ мм; СЧК – 3734,2 Гц

Погрешности расчетов СЧК по полученным выше полуэмпирическим формулам в сравнении с результатами расчетов частот с использованием пакета программ ANSYS приведены в табл. 6.

Таблица 6

R, мм		R/h									
150		300		150		100		75			
		106		212		106		70,7		53	
		76		152		76		50,7		38	
l/R		l		h, мм							
				0,5		1		1,5		2	
4,0		305		718,7		976,6		1241,4		1367,8	
				734,4		1003,2		1204,0		1370,4	
		%		2,1		2,6		-3,1		0,2	
1,42		150		1248,6		1702,6		2089,1		2309,2	
				1201,4		1641,1		1969,6		2241,8	
		%		-3,8		-3,6		-5,7		-2,9	
0,5		75		2004		2738,7		3277,7		3734,2	
				1920,8		2623,9		3149,1		3584,4	
		%		-4,2		-4,2		-3,9		-4,0	

Как следует из табл. 6, результаты расчетов СЧК цилиндров с заземленными торцами по двум разным методикам дают хорошее совпадение, и полуэмпирические формулы (1), (8) могут быть предложены для инженерных расчетов. Причем аналитическое представление зависимостей параметров цилиндров дает хорошие возможности для автоматизированного синтеза безрезонансных цилиндрических конструкций БРЭС решением обратных инженерных задач с использованием стандартного офисного пакета программ Excel.

Значения K_{mn} можно также представить в табличном виде с привязкой к толщине и длине цилиндра, что удобно для восприятия и выполнения расчетов. Для примера, в табл. 7 приведены значения $K_{mn} \cdot 100$ для цилиндров с заземленными торцами и радиусами $R = 75, 100$ мм.

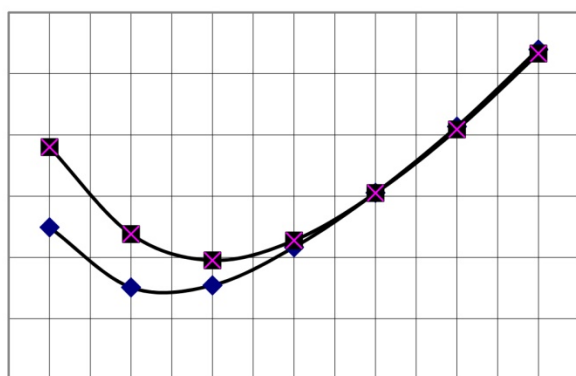
Таблица 7

Заземленные торцы (R = 75 мм)			R/h							
			150	100	75	60	50	42,9	37,5	
R, мм			h, мм							
75			0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	
l/R	l	0,67	50	35,73	42,88	48,81	53,97	58,58	62,79	66,68
		1,00	75	24,46	29,35	33,41	36,94	40,10	42,98	45,64
		1,33	100	18,69	22,43	25,53	28,23	30,64	32,84	34,87
		1,67	125	15,17	18,21	20,72	22,91	24,87	26,66	28,31
		2,00	150	12,79	15,35	17,47	19,32	20,97	22,48	23,87
		2,33	175	11,07	13,29	15,13	16,73	18,16	19,46	20,67
		2,67	200	9,77	11,73	13,35	14,76	16,03	17,18	18,24
		3,00	225	8,76	10,51	11,96	13,22	14,35	15,39	16,34
		3,33	250	7,93	9,52	10,84	11,98	13,01	13,94	14,81
		3,67	275	7,26	8,71	9,91	10,96	11,90	12,75	13,54
4,00	300	6,69	8,03	9,14	10,11	10,97	11,76	12,49		
Заземленные торцы (R = 100 мм)			R/h							
			200	133,3	100,0	80,0	66,7	57,1	50	
R, мм			h, мм							
100			0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	
l/R	l	0,5	50	41,08	49,30	56,12	62,05	67,35	72,19	76,66
		0,75	75	28,12	33,75	38,41	42,47	46,10	49,41	52,47
		1	100	21,49	25,79	29,35	32,45	35,23	37,76	40,10
		1,25	125	17,44	20,93	23,82	26,34	28,59	30,65	32,55
		1,5	150	14,71	17,65	20,09	22,21	24,11	25,84	27,44
		1,75	175	12,73	15,28	17,39	19,23	20,88	22,37	23,76
		2	200	11,24	13,49	15,35	16,97	18,43	19,75	20,97
		2,25	225	10,07	12,08	13,75	15,20	16,50	17,69	18,78
		2,5	250	9,12	10,95	12,46	13,78	14,96	16,03	17,02
		2,75	275	8,34	10,01	11,40	12,60	13,68	14,66	15,57
		3	300	7,69	9,23	10,51	11,62	12,61	13,52	14,35
		3,25	325	7,14	8,57	9,75	10,78	11,70	12,54	13,32
		3,5	350	6,66	7,99	9,10	10,06	10,92	11,70	12,43
		3,75	375	6,24	7,49	8,53	9,43	10,24	10,97	11,65
		4	400	5,88	7,05	8,03	8,88	9,64	10,33	10,97

При проектировании безрезонансных конструкций серьезной проблемой является обеспечение не только собственной жесткости элементов конструкции, но и необходимой и достаточной жесткости их крепления в условиях ограничения массо-габаритных характеристик БРЭС.

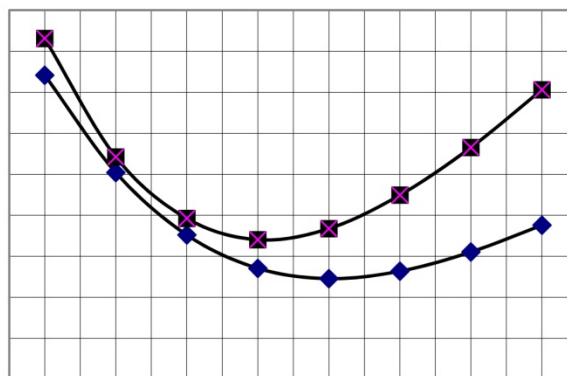
Поскольку на практике крепление конструкций не может быть абсолютно жестким, как это принято в математической модели жесткого защемления торцов, то СЧК цилиндра будет находиться в интервале между СЧК свободного опирания (нижний предел) и СЧК жесткого защемления (верхний предел) [12]. При этом задача конструктора сводится к поиску решения с обеспечением максимальной жесткости крепления при минимальных массо-габаритных характеристиках конструкции.

Некоторые рекомендации по решению этой задачи можно сделать на основании сравнительного анализа СЧК цилиндров 1, 2 и 3 со свободно опертыми торцами, полученными с использованием формул (1), (4) и защемленными торцами – по результатам расчетов СЧК в ANSYS в зависимости от волнового параметра n при параметре продольных колебаний $m = 1$. Графические зависимости для трех различных видов цилиндров показаны на рис. 6–8.



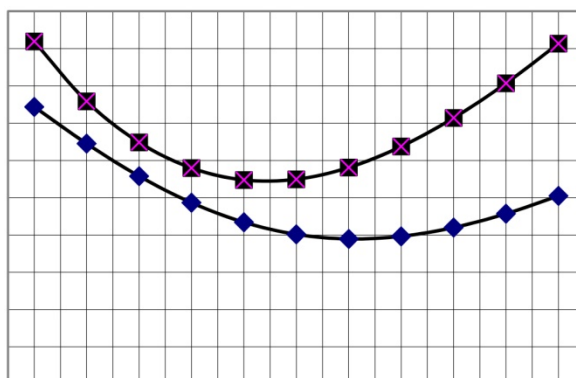
—◆— Опирание —■— Защемление

Рис. 6. Цилиндр 1 ($R = 76$ мм, $l = 305$ мм, $h = 1$ мм)



—◆— Опирание —■— Защемление

Рис. 7. Цилиндр 2 ($R = 106$ мм, $l = 150$ мм, $h = 1$ мм)



—◆— Опирание —■— Защемление

Рис. 8. Цилиндр 3 ($R = 150$ мм, $l = 75$ мм, $h = 1$ мм)

Анализ приведенных выше графиков позволяет сделать следующие выводы:

1. Наибольшая основная СЧК при одинаковых объемах и прочих равных характеристиках принадлежит цилиндру с меньшим отношением l/R .

2. Интервал жесткости крепления и эффективность жесткого крепления коротких цилиндров ($l/R < 2$) возрастают с ростом номера гармоник окружных волн n . Это дает возможность увеличить жесткость цилиндра исключением низкочастотных гармоник путем продольного оребрения узловых линий форм изгибных колебаний и при условии малого увеличения массы цилиндра от добавления ребер значительно повысить основную СЧК.

3. Дополнительные возможности повышения жесткости цилиндра появляются также при обрешении окружных узловых линий продольных изгибных колебаний поверхности цилиндра, как это следует из формулы (4) при $m > 1$.

4. На практике увеличение жесткости цилиндрической оболочки приборных отсеков ракет достигается путем введения дополнительных подкрепляющих оболочку продольных стрингеров и промежуточных поперечных шпангоутов. Однако эффективность такого конструкторского решения при создании безрезонансной конструкции будет зависеть от правильности выбора количества и расположения стрингеров и шпангоутов, а также соотношения их массы и жесткости.

Заключение

1. На основе проведенных исследований предложены аналитические выражения и таблицы для определения на ранних стадиях проектирования основной СЧК цилиндрических конструкций безрезонансных блоков БРЭС.

2. Выполненные тестовые расчеты, в том числе с использованием пакета программ ANSYS, подтвердили достоверность и необходимую точность результатов расчета СЧК цилиндрических конструкций для практического применения предложенных инструментов.

3. Разработка методики создания безрезонансных стрингерно-шпангоутных цилиндрических конструкций герметичных блоков БРЭС требует проведения дополнительных исследований.

Список литературы

1. Свиридюк Д. М. Повышение эксплуатационных характеристик двигателей путем введения технологической операции контроля герметичности вакуум-плотных корпусов РЭА. М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, Авиационная и ракетно-космическая техника, 2009.
2. Тюлевин С. В. Анализ отказов бортовых радиоэлектронных средств // Наука и инновации в современном мире: техника и технологии. Одесса, 2017. С. 7–31.
3. Ненашев А. П. Конструирование радиоэлектронных средств : учебник для радиотехн. спец. вузов. М. : Высш. шк., 1990.
4. Прочность, устойчивость, колебания : справочник / под ред. И. А. Биргер, Я. Г. Пановко. М. : Машиностроение, 1968. Т. 3.
5. Справочник по динамике сооружений / под ред. И. М. Коренева. М. : Стройиздат, 1972.
6. Вибрации в технике : справочник / ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). М. : Машиностроение, 1978. Т. 1.
7. Лейзерович Г. С., Тарануха Н. А. О математической модели нелинейных колебаний круговых цилиндрических оболочек с начальными неправильностями // Вестник Нижегородского университета. 2009. № 6.
8. Кубенко И. Д., Ковальчук П. С., Подчасов Н. П. Нелинейные колебания цилиндрических оболочек. Киев : Выща школа, 1989.
9. Дяченко И. А., Миронов А. А., Свердлик Ю. М. Сравнительный анализ теории и конечно-элементных моделей расчета свободных колебаний цилиндрических оболочек // Транспортные системы. 2019. № 39.
10. Свободные колебания круговой цилиндрической оболочки, защемленной по торцам. URL: scadsoft.com/tests_scad/index/test/77
11. Верификационный отчет по программному комплексу MicroFe. РААСН, ООО Техсофт, 2009.
12. Талицкий Е. Н. Защита электронных средств от механических воздействий. Владимир : ВГУ, 2001.

References

1. Sviridyuk D.M. *Povyshenie ekspluatatsionnykh kharakteristik dvigateley putem vvedeniya tekhnologicheskoy operatsii kontrolya germetichnosti vakuum-plotnykh korpusov REA = Improving the performance characteristics of engines by introducing a technological operation to control the tightness of vacuum-tight REA housings*. Moscow: MGTU im. N.E. Bauman, Aviatcionnaya i raketno-kosmicheskaya tekhnika, 2009. (In Russ.)
2. Tyulevin S.V. Analysis of on-board electronic equipment failures. *Nauka i innovatsii v sovremennom mire: tekhnika i tekhnologii = Science and innovation in the modern world: engineering and technology*. Odessa, 2017:7–31.
3. Nenashev A.P. *Konstruirovaniye radioelektronnykh sredstv: uchebnik dlya radiotekhn. spets. vuzov = Designing radio-electronic means: a textbook for radio engineers. special universities*. Moscow: Vyssh. shk., 1990. (In Russ.)
4. Birger I. A., Panovko Ya. G. (eds.) *Prochnost', ustoychivost', kolebaniya: spravochnik = Strength, stability, vibrations: reference book*. Moscow: Mashino-stroenie, 1968;3. (In Russ.)
5. Korenev I. M. (ed.) *Spravochnik po dinamike sooruzheniy = Handbook of structure dynamics*. Moscow: Sroyizdat, 1972. (In Russ.)

6. Chelomey V. N. (ed.) *Vibratsii v tekhnike: spravochnik = Vibrations in engineering: a reference book*. Moscow: Mashinostroenie, 1978;1. (In Russ.)
7. Leyzerovich G.S., Taranukha N.A. On a mathematical model of nonlinear oscillations of circular cylindrical shells with initial irregularities. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta = Bulletin of the Nizhny Novgorod University*. 2009;6. (In Russ.)
8. Kubenko I.D., Koval'chuk P.S., Podchasov N.P. *Nelineynye kolebaniya tsilindricheskikh obolochek = Nonlinear oscillations of cylindrical shells*. Kiev: Vyshcha shkola, 1989.
9. Dyachenko I.A, Mironov A.A., Sverdlik Yu.M. *Comparative analysis of the theory and finite element models for calculating free vibrations of cylindrical shells. Transportnye sistemy = Transport systems*. 2019;39. (In Russ.)
10. *Svobodnye kolebaniya krugovoy tsilindricheskoy obolochki, zashchemlennoy po tortsam = Free vibrations of a circular cylindrical shell, pinched at the ends*. (In Russ.) Available at: scadsoft.com/tests_scad/index/test/77
11. *Verifikatsionnyy otchet po programmnomu kompleksu MicroFe = Verification report on the MicroFe software package*. RAASN, OOO Tekhsoft, 2009. (In Russ.)
12. Talitskiy E.N. *Zashchita elektronnykh sredstv ot mekhanicheskikh vozdeystviy = Protection of electronic devices from mechanical influences*. Vladimir: VGU, 2001. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Сергей Иванович Фролов

кандидат технических наук,
доцент кафедры конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: ra4foc@yandex.ru

Евгения Анатольевна Данилова

кандидат технических наук,
доцент кафедры конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: siori@list.ru

Георгий Васильевич Таньков

кандидат технических наук,
доцент кафедры конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: g.tankov43@mail.ru

Игорь Иванович Кочегаров

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: kipra@pnzgu.ru

Алексей Валерьевич Григорьев

кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: a_grigorev@mail.ru

Sergei I. Frolov

Candidate of technical sciences,
associate professor of sub-department
of radio equipment design and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Evgeniya A. Danilova

Candidate of technical sciences,
associate professor of sub-department
of radio equipment design and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Georgiy V. Tan'kov

Candidate of technical sciences,
associate professor of sub-department
of radio equipment design and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Igor' I. Kochegarov

Candidate of technical sciences, associate professor,
associate professor of sub-department
of radio equipment design and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Alexey V. Grigoriev

Candidate of technical sciences, associate professor,
associate professor of sub-department
of radio equipment design and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)