

## НАВИГАЦИОННЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПОЛЕТА БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

А. И. Годунов<sup>1</sup>, С. А. Куканов<sup>2</sup>, П. С. Суздальцев<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

<sup>2,3</sup> Филиал Военной академии материально-технического обеспечения  
имени генерала армии А. В. Хрулева в г. Пензе, Пенза, Россия

<sup>1</sup> avitelpgu@mail.ru, <sup>2</sup> Kuk\_@mail.ru, <sup>3</sup> Suzdal.1990@bk.ru

**Аннотация.** *Актуальность и цели.* Рассматривается проблема навигации и управления беспилотными летательными аппаратами (БЛА). Для обеспечения эффективного выполнения полетного задания предлагается учитывать в расчетах навигационные элементы полета беспилотного летательного аппарата. Особенностью предложенного метода является возможность оценки характеристик и параметров элементов, влияющих на траекторию и точность полета. Учитываются различные факторы, такие как аэродинамические свойства БЛА, условия окружающей среды, системы навигации и управления. *Материалы и методы.* В статье представлены математические модели и алгоритмы расчета оптимальных навигационных элементов, которые позволяют достичь наилучшей эффективности выполнения полетного задания. Предложенный подход отличается от существующих методов возможностью более точного определения траектории и маневров БЛА. *Результаты и выводы.* Результаты исследования могут найти практическое применение в разработке систем управления и навигации БЛА различного назначения, повышая их точность, надежность и эффективность выполнения задач. Представленные методы могут быть использованы в гражданской и военной авиации, а также в других областях, где применяются беспилотные летательные аппараты.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, квадрокоптер, система навигации, навигационные элементы полета

**Для цитирования:** Годунов А. И., Куканов С. А., Суздальцев П. С. Навигационные элементы полета беспилотного летательного аппарата // Надежность и качество сложных систем. 2024. № 3. С. 104–111. doi: 10.21685/2307-4205-2024-3-11

## FLIGHT NAVIGATION ELEMENTS AN UNMANNED AERIAL VEHICLE

A.I. Godunov<sup>1</sup>, S.A. Kukanov<sup>2</sup>, P.S. Suzdaltsev<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Penza State University, Penza, Russia

<sup>2,3</sup> Branch of the Military Academy of Logistics named after Army General A.V. Khrulev in Penza, Penza, Russia

<sup>1</sup> avitelpgu@mail.ru, <sup>2</sup> Kuk\_@mail.ru, <sup>3</sup> Suzdal.1990@bk.ru

**Abstract.** *Background.* This article discusses the problem of navigation and control of unmanned aerial vehicles (UAVs). To ensure the effective performance of the flight task, it is proposed to take into account the calculations of the navigation elements of the flight of an unmanned aerial vehicle, the feature of the proposed method is the ability to evaluate the characteristics and parameters of elements that affect the trajectory and accuracy of flight. Various factors are taken into account, such as the aerodynamic properties of the UAV, environmental conditions, navigation and control systems. *Materials and methods.* The article presents mathematical models and algorithms for calculating optimal navigation elements, which allow to achieve the best efficiency of the flight task. The proposed approach differs from existing methods in the possibility of more accurate determination of the trajectory and maneuvers of the UAV. *Results and conclusions.* The results of the study can find practical application in the development of UAV control and navigation systems for various purposes, increasing their accuracy, reliability and efficiency of tasks. The presented methods can be used in civil and military aviation, as well as in other areas where unmanned aerial vehicles are used.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, quadcopter, navigation system, flight navigation elements

**For citation:** Godunov A.I., Kukanov S.A., Suzdaltsev P.S. Flight navigation elements an unmanned aerial vehicle. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems.* 2024;(3):104–111. (In Russ.). doi: 10.21685/2307-4205-2024-3-11

Во время полета центр масс летательного аппарата движется в пространстве по некоторой траектории. При решении различных задач обычно определяют линии положения летательного аппарата (рис. 1). Она характеризуется расстоянием до одной или нескольких точек на земной поверхности, направлением на точку земной поверхности или небесной сферы, высотой светила. В качестве линий положения используются ортодромия, локсодромия, линия равных азимутов, линия равных радиопеленгов, линии равных расстояний и разностей расстояний.

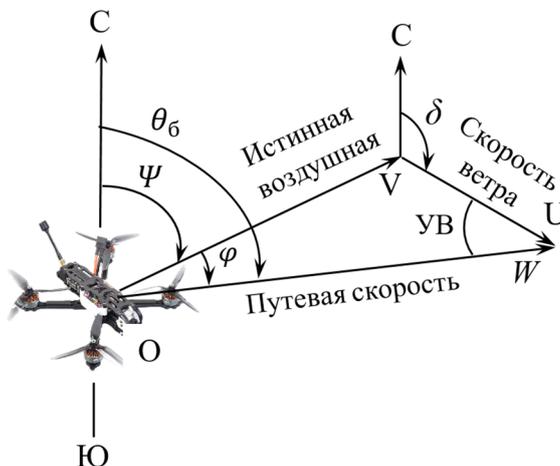


Рис. 1. Навигационный треугольник скоростей

Величины, определяющие направление и траекторию полета, называются навигационными элементами. Основные навигационные элементы полета: курс  $\Psi$ ; заданный и фактический путевые углы; истинная воздушная скорость  $V$ ; индикаторная воздушная скорость  $V_{\text{инд}}$ ; путевая скорость  $W$ ; угол сноса  $\varphi$ ; высота полета  $H$ . Обычно считается, что вектор воздушной скорости  $V$  совпадает с продольной осью летательного аппарата. Поэтому угол между северным направлением меридиана и вектором  $V$  равен курсу самолета  $\Psi$ . Заданный путевой угол определяется как угол между северным направлением меридиана и прямолинейным отрезком линии заданного пути, определяя направление полета. Фактический путевой угол определяется как угол между северным направлением меридиана и линией фактического пути. Направление вектора скорости ветра определяется углом  $\delta$  между северным направлением меридиана и вектором ветра. Угол сноса  $\varphi$  представляет собой угол между векторами истинной воздушной и путевой скоростей. Путевой угол  $\theta_6$  отсчитывается по ходу часовой стрелки от северного направления меридиана до направления вектора путевой скорости. Величина путевого угла равна алгебраической сумме курса и угла сноса:

$$\theta_6 = \Psi \pm \varphi. \quad (1)$$

Угол ветра отсчитывается по ходу часовой стрелки от вектора путевой скорости до вектора ветра и может быть представлен в виде

$$\text{УВ} = \delta - \theta_6. \quad (2)$$

Угол сноса и угол ветра связаны зависимостью

$$\sin \varphi = \frac{U}{V} \sin \text{УВ}. \quad (3)$$

Путевая скорость летательного аппарата

$$W = V \cos \varphi + U \cos \text{УВ}. \quad (4)$$

Так как движение центра масс летательного аппарата по траектории полета характеризуется истинной воздушной и путевой скоростями, отклонением от заданной траектории по высоте  $H$ , боковым линейным отклонением  $z$ , величиной пройденного пути  $S$  и составляющими  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$ , то траекторию полета летательного аппарата можно записать следующими системами уравнений:

$$\frac{dH}{dt} = V_y = V \sin \theta, \quad (5)$$

$$\frac{dz}{dt} = V_z = V \sin \theta_\delta, \quad (6)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m} \sum F_x, \quad (7)$$

$$W = V \cos \varphi + U \cos \gamma_B, \quad (8)$$

$$\frac{dS}{dt} = W, \quad (9)$$

$$\sin \theta = \sin \vartheta - (\alpha \cos \gamma + \beta \sin \gamma) \cos \vartheta, \quad (10)$$

$$\theta_\delta = \psi + \varphi. \quad (11)$$

Интегрирование дифференциальных уравнений (5), (7), (9) позволяет определить соответственно высоту полета  $H$ , боковое линейное отклонение от заданной траектории  $z$ , истинную воздушную скорость  $V$ ; пройденный путь  $S$ . Решение уравнений (8)–(11) дает возможность вычислить путевую скорость  $W$ . Скорость ветра  $U$  при решении системы уравнений (5)–(11) может быть представлена постоянной величиной или величиной, изменяющейся по случайному закону.

Курс летательного аппарата вычисляется в системе моделирования динамики полета в результате интегрирования уравнения

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma). \quad (12)$$

Однако величина  $\psi$  из уравнения (12) определяется в предположении, что полет совершается на небольшое расстояние, а также, что при полете летательный аппарат находится достаточно близко к ортодромии, проходящей через центральную точку района полета (место взлета). На основании этих предположений сферичность Земли не учитывается, и задача определения местоположения летательного аппарата решается на горизонтальной плоскости.

Местоположение самолета на поверхности Земли может быть определено в географических и ортодромических системах координат. Ортодромическая система – это сферическая система координат с началом в произвольной точке земной поверхности. При определении местоположения летательного аппарата на горизонтальной плоскости используются прямоугольные условные системы координат. Обычно применяются земная прямоугольная система  $O_0x_0y_0z_0$  и аэродромная  $O_ax_ay_az_a$ . В земной системе начало координат находится в центральной точке района полета, ось  $O_0x_0$  направлена на север, ось  $O_0z_0$  на восток, ось  $O_0y_0$  совпадает с вертикалью в точке начала координат (рис. 2).

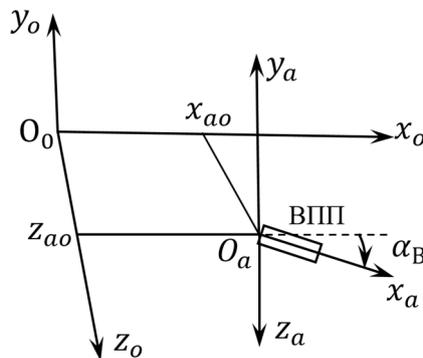


Рис. 2. Земная и аэродромная система координат

Аэродромная система координат ориентируется так, что ось  $O_a x_a$  совпадает с направлением оси ВПП. Начало координат выбирается обычно в начале ВПП. Положение начала аэродромной системы в земной системе определяется координатами  $x_{a0} z_{a0}$ . В частном случае начала обеих систем могут совпадать, тогда  $x_{a0} = 0, z_{a0} = 0$ . Но во всех случаях оси аэродромной системы координат повернуты вокруг вертикальной оси на угол курса взлетно-посадочной полосы или на угол ВПП  $\alpha_B$ .

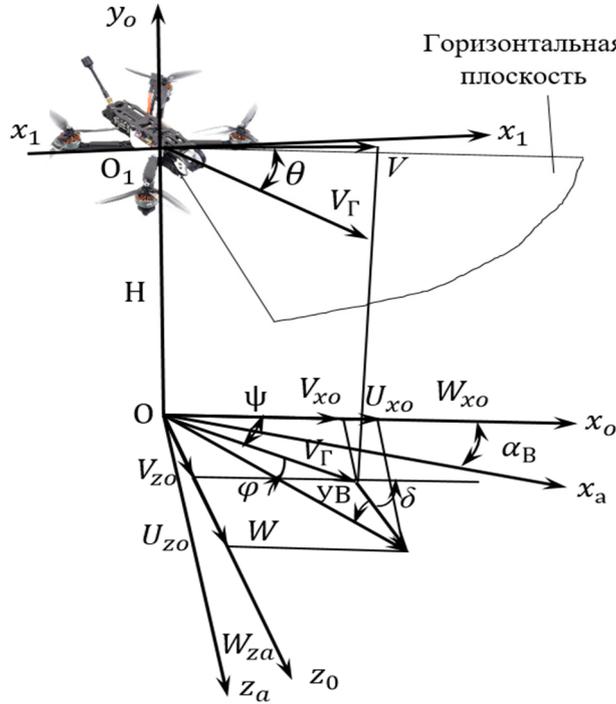


Рис. 3. Определение навигационных элементов

Летательный аппарат в общем случае может совершать негоризонтальный полет, тогда вектор истинной воздушной скорости  $V$  будет наклонен под некоторым углом  $\theta$  к горизонтальной плоскости (рис. 3). При этом вектор  $V$  может не совпадать с направлением продольной оси летательного аппарата  $x_1 x_1$ .

Проекция вектора  $V$  на горизонтальную плоскость можно определить как

$$V_\Gamma = V \cos \theta . \tag{13}$$

Если считать, что полет совершается без скольжения, то вектор скорости  $V$  совпадает с направлением продольной оси беспилотного летательного аппарата. Поэтому курс  $\psi$  может быть определен углом в горизонтальной плоскости между направлением оси  $O_0 x_0$  и направлением вектора  $V_\Gamma$ . Теперь проекции вектора  $V_\Gamma$  на оси земной системы координат есть произведения:

$$V_{x0} = V_\Gamma \cos \psi = V \cos \theta \cos \psi ; \tag{14}$$

$$V_{z0} = V_\Gamma \sin \psi = V \cos \theta \sin \psi . \tag{15}$$

Как правило, полет летательного аппарата совершается в условиях ветра. В частном, простейшем, случае предполагается, что горизонтальная составляющая скорости ветра  $U$  – величина постоянная. Также неизменным считается направление ветра, которое характеризуется углом  $\delta$ . Поэтому проекции вектора  $U$  на оси системы координат составляют

$$U_{x0} = U \cos \delta ; \tag{16}$$

$$U_{z0} = U \sin \delta . \tag{17}$$

Проекция вектора путевой скорости  $W$  на оси земной системы координат определяется следующими суммами:

$$W_{x_0} = V_{x_0} + U_{x_0} = V \cos \theta \cos \psi + U \cos \delta; \quad (18)$$

$$W_{z_0} = V_{z_0} + U_{z_0} = V \cos \theta \sin \psi + U \sin \delta. \quad (19)$$

Для получения составляющих путевой скорости в аэродромной системе координат необходимо учитывать смещение начала этой системы относительно начала земных координат, т.е. координаты точки  $O_a$ . Кроме того, должен быть учтен угол поворота  $\alpha_B$  аэродромных координат относительно земной системы. В частном случае, когда начало аэродромной системы совпадает с началом земной системы, учитывается только угол  $\alpha_B$  (рис. 4). Проекция вектора путевой скорости на оси аэродромной системы координат составляют

$$W_{x_a} = W_{x_{0a}} + W_{z_{0x_a}}; \quad (20)$$

$$W_{z_a} = W_{z_{0a}} + W_{x_{0z_a}}. \quad (21)$$

Проекция составляющих вектора путевой скорости в земной системе координат  $W_{x_0}$ ,  $W_{z_0}$  на оси аэродромной системы равны

$$W_{x_{0a}} = W_{x_0} \cos \alpha_B; \quad (22)$$

$$W_{x_{0z_a}} = -W_{x_0} \sin \alpha_B; \quad (23)$$

$$W_{z_{0x_a}} = W_{z_0} \sin \alpha_B; \quad (24)$$

$$W_{z_{0a}} = W_{z_0} \cos \alpha_B. \quad (25)$$

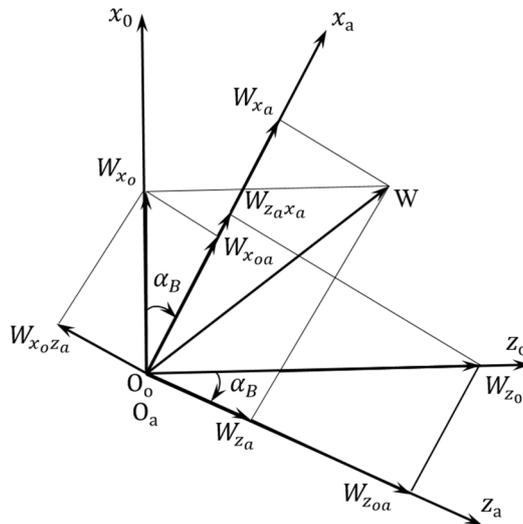


Рис. 4. Земная и аэродромная системы координат на горизонтальной плоскости

После подстановки значений, составляющих вектора  $W$  из уравнений (22)–(24) в уравнения (20) и (21) составляющие вектора путевой скорости будут определяются следующими равенствами:

$$W_{x_a} = W_{x_0} \cos \alpha_B + W_{z_0} \sin \alpha_B; \quad (26)$$

$$W_{z_a} = W_{z_0} \cos \alpha_B + W_{x_0} \sin \alpha_B. \quad (27)$$

Интегрирование составляющих  $W_{x_a}$ ,  $W_{z_a}$  позволяет вычислить координаты беспилотного летательного аппарата в аэродромной системе, расстояние  $S_{x_a}$  начала координат и боковое отклонение  $S_{z_a}$ , от оси взлетно-посадочной полосы:

$$S_{xa} = \int_0^t W_{xa} dt ; \quad (28)$$

$$S_{za} = \int_0^t W_{za} dt . \quad (29)$$

Координаты  $S_{xa}$ ,  $S_{za}$  необходимы для записи маршрута имитации работы навигационных автоматов.

В зависимости от направления, относительно которого ориентируется продольная ось беспилотного летательного аппарата, курс может быть истинным, магнитным, ортодромическим. Ортодромический курс условный и определяется углом между направлением условного меридиана и проекцией на горизонтальную плоскость продольной оси самолета. За направление условного меридиана можно принять истинный меридиан аэродрома взлета или любой точки маршрута, направление ВПП и ортодромии. В ортодромической системе координат в качестве условного меридиана принимается направление главной ортодромии для района полета. Условный курс, измеряемый в ортодромической системе координат, называется ортодромическим курсом (ОК или  $\psi_0$ ) (рис. 5). При решении задачи управления беспилотного летательного аппарата на плоскости ортодромические координаты являются условными прямоугольными координатами  $O_0x_0y_0z_0$ . Значение ортодромического курса получается непрерывным интегрированием угловой скорости разворота беспилотного летательного аппарата  $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ , т.е.

$$\psi_0 = \psi_n + \int_0^t \dot{\psi} dt , \quad (30)$$

где  $\psi_n$  – начальный ортодромический курс.

Истинный курс:

$$\psi_n = \psi_0 - \sigma , \quad (31)$$

где  $\sigma$  – угол схождения между текущим географическим меридианом места самолета и направлением оси  $O_0x_0$  системы координат.

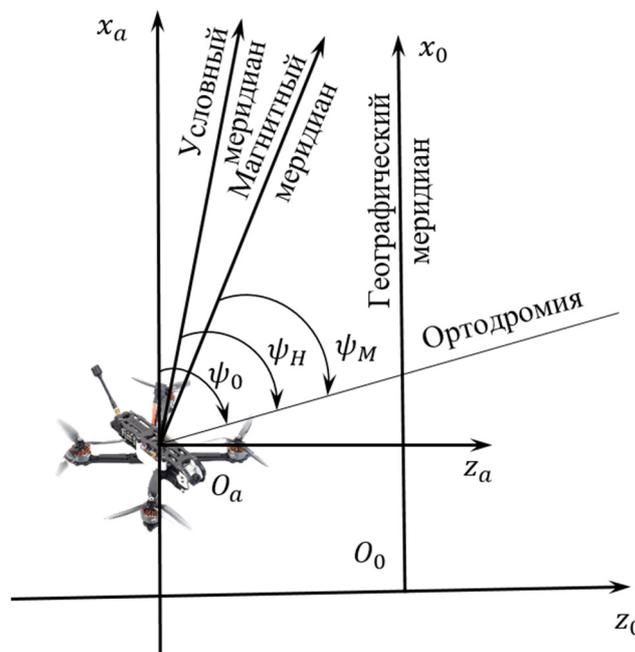


Рис. 5. Курсы БЛА и зависимости между ними

Для определения магнитного курса  $\psi_m$  должна учитываться величина магнитного склонения  $\Delta_m$ , поэтому

$$\psi_m = \psi_0 - \sigma - \Delta_m. \quad (32)$$

Ортодромический курс может быть также определен из соотношения

$$\psi_m = \psi_0 + \sigma + \Delta_m. \quad (33)$$

Текущие значения угла схождения меридианов  $\sigma$  и географические координаты (широта  $\varphi$  и долгота  $\lambda$ ) вычисляются по формулам связи географических и ортодромических координат. Географические координаты точки  $O_0$  (широта  $\varphi_0$  и долгота  $\lambda_0$ ) определяются по карте, поэтому углы схождения меридианов можно рассчитать как

$$\sigma = \Delta\lambda \sin \varphi_0. \quad (34)$$

### Заключение

Математическая модель полета беспилотного летательного аппарата [6], математическая модель системы управления беспилотного летательного аппарата [7] и приведенные выше уравнения навигации позволяют решить задачу управления полетом и задачи ближней и дальней навигации.

### Список литературы

1. Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета: траектории летательных аппаратов. М. : Машиностроение, 1969. 505 с.
2. Алхаддад Мухаммад. Моделирование и управление ориентацией квадрокоптера с использованием линейного квадратического регулятора // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2016. Т. 1, № 12. С. 883–886.
3. Горбатенко С. А., Макашов Э. М., Полушкин Ю. Ф. [и др.]. Механика полета. Общие сведения. Уравнения движения. М. : Машиностроение, 1969. 419 с.
4. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М. : Машиностроение, 1973. 615 с.
5. Красовский Н. Н., Летов А. М. К теории аналитического конструирования регуляторов // Автоматика и телемеханика. 1962. № 6. С. 713–720.
6. Годунов А. И., Суздальцев П. С., Жежук А. А. [и др.]. Математическая модель полета беспилотного летательного аппарата // Надежность и качество сложных систем. 2024. № 1 (45). С. 21–31.
7. Годунов А. И., Суздальцев П. С., Куканов С. А., Мухамбетов А. М. Математическая модель системы управления беспилотного летательного аппарата // Надежность и качество сложных систем. 2024. № 2 (46). С. 25–31.

### References

1. Ostoslavskiy I.V., Strazheva I.V. *Dinamika poleta: traektorii letatel'nykh apparatov = Flight dynamics: trajectories of aircraft*. Moscow: Mashinostroenie, 1969:505. (In Russ.)
2. Alkhaddad Mukhammad. Modeling and control of the orientation of a quadcopter using a linear quadratic controller. *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики = Actual problems of aviation and cosmonautics*. 2016;1(12):883–886. (In Russ.)
3. Gorbatenko S.A., Makashov E.M., Polushkin Yu.F. et al. *Mekhanika poleta. Obshchie svedeniya. Uravneniya dvizheniya = Mechanics of flight. General information. Equations of motion*. Moscow: Mashinostroenie, 1969:419. (In Russ.)
4. Lebedev A.A., Chernobrovkin L.S. *Dinamika poleta bespilotnykh letatel'nykh apparatov = Flight dynamics of unmanned aerial vehicles*. Moscow: Mashinostroenie, 1973:615. (In Russ.)
5. Krasovskiy N.N., Letov A.M. On the theory of analytical design of regulators. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and telemechanics*. 1962;(6):713–720. (In Russ.)
6. Godunov A.I., Suzdal'tsev P.S., Zhezhuk A.A. et al. Mathematical model of flight of an unmanned aerial vehicle. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system = Reliability and quality of complex systems*. 2024;(1):21–31. (In Russ.)
7. Godunov A.I., Suzdal'tsev P.S., Kukanov S.A., Mukhambetov A.M. Mathematical model of the control system of an unmanned aerial vehicle. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system = Reliability and quality of complex systems*. 2024;(2):25–31. (In Russ.)

**Информация об авторах / Information about the authors**

**Анатолий Иванович Годунов**

доктор технических наук, профессор,  
заслуженный деятель науки РФ,  
профессор кафедры автоматики и телемеханики,  
Пензенский государственный университет  
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)  
E-mail: avitelpgu@mail.ru

**Сергей Анатольевич Куканов**

кандидат технических наук,  
доцент кафедры средств ближнего боя,  
Филиал Военной академии  
материально-технического  
обеспечения имени генерала армии  
А. В. Хрулева в г. Пензе  
(Россия, г. Пенза, Военный городок)  
E-mail: Kuk\_@mail.ru

**Павел Сергеевич Суздальцев**

адъюнкт,  
Филиал Военной академии  
материально-технического  
обеспечения имени генерала армии  
А. В. Хрулева в г. Пензе  
(Россия, г. Пенза, Военный городок)  
E-mail: suzdal.1990@bk.ru

**Anatoly I. Godunov**

Doctor of technical sciences, professor,  
honored worker of Russia,  
professor of the sub-department  
of automation and telematics,  
Penza State University  
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Sergei A. Kukanov**

Candidate of technical sciences, associate professor  
of the sub-department of melee weapons,  
Branch of the Military Academy  
of Logistics named after Army General  
A.V. Khrulev in Penza  
(Military town, Penza, Russia)

**Pavel S. Suzdaltsev**

Adjunct,  
Branch of the Military Academy  
of Logistics named after Army General  
A.V. Khrulev in Penza  
(Military town, Penza, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /**

**The authors declare no conflicts of interests.**

**Поступила в редакцию / Received 27.05.2024**

**Поступила после рецензирования / Revised 06.07.2024**

**Принята к публикации / Accepted 18.08.2024**