

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВЫСОКОПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ ФАКТОРОВ КОСМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

Н. О. Борщев

Астрокосмический центр Учреждения Российской академии наук
Физического института имени П. Н. Лебедева, Москва, Россия
moriarty93@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Рассмотрен метод определения теплопроводности высокопористого материала для условий функционирования при орбитальном полете. Данный метод основан на классическом подходе минимизации среднеквадратичного отклонения между теоретическим и экспериментальным температурным полем в зонах установки датчиков температур. *Материалы и методы.* Для этого сперва решается «прямая» задача теплообмена для пористого образца при орбитальных начально-граничных условиях при предварительном задании сплайнов, учитывающим зависимость теплопроводности от температуры. Процесс теплообмена внутри пор будет сопровождаться лучисто-кондуктивным теплопереносом. Далее решается задача минимизации целевой среднеквадратичной ошибки. Для этого сначала необходимо найти компоненты градиента целевого функционала шага спуска, так как данная задача оптимизации решается методом сопряженных направлений, позволяющим достигнуть требуемой сходимости за минимальное число итерационных приближений. *Результаты и выводы.* Результаты показали, что при данном уровне температур коэффициент теплопроводности будет варьироваться в пределах $0,26\text{--}0,28 \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$. Разработанный метод и результаты расчета могут быть использованы в вопросах проектирования теплозащитных покрытий.

Ключевые слова: высокопористая изоляция, обратная задача теплопроводности, метод сопряженных направлений, система обеспечения теплового режима, радиационно-кондуктивный теплообмен

Для цитирования: Борщев Н. О. Параметрическая идентификация теплопроводности высокопористых материалов в условиях воздействия факторов космического пространства // Надежность и качество сложных систем. 2022. № 4. С. 98–109. doi:10.21685/2307-4205-2022-4-11

PARAMETRIC IDENTIFICATION OF THERMAL CONDUCTIVITY OF HIGHLY POROUS MATERIALS UNDER THE INFLUENCE OF SPACE FACTORS

N.O. Borshchev

Astro Space Center Institutions of the Russian Academy
of Sciences P.N. Lebedev Institute of Physics, Moscow, Russia
moriarty93@mail.ru

Abstract. *Background.* In this paper, a method for determining the thermal conductivity of a highly porous material for operating conditions during orbital flight is considered. This method is based on the classical approach of minimizing the standard deviation between the theoretical and experimental temperature field in the zones of installation of temperature sensors. *Materials and methods.* To do this, the "direct" heat transfer problem for a porous sample is first solved under orbital initial boundary conditions with preliminary spline construction taking into account the dependence of thermal conductivity on temperature. The heat exchange process inside the pores will be accompanied by radiant-conductive heat transfer. Next, the problem of minimizing the target root-mean-square error is solved. To do this, it is first necessary to find the components of the gradient of the target functional of the descent step, since this optimization problem is solved by the conjugate directions method, which allows achieving the required convergence in the minimum number of iterative approximations. *Results and conclusions.* The results showed that at this temperature level, the thermal conductivity coefficient will vary between $0,26\text{--}0,28 \text{ W/mK}$. The developed method and calculation results can be used in the design of heat-protective coatings.

Keywords: highly porous insulation, inverse thermal conductivity problem, conjugate directions method, thermal regime assurance system, radiation-conductive heat exchange

For citation: Borshchev N.O. Parametric identification of thermal conductivity of highly porous materials under the influence of space factors. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems*. 2022;(4):98–109. (In Russ.). doi:10.21685/2307-4205-2022-4-11

Введение

При проектировании теплового режима космических аппаратов зачастую встает вопрос выбора теплоизоляционных материалов, удовлетворяющих заданному температурному режиму, как правило они должны быть низкотеплопроводными. Известно, что наилучшими теплоизоляционными свойствами обладают пористые материалы. Однако необходим адекватный метод определения его теплофизических свойств, поскольку внутри материала присутствуют все виды теплообмена и речь идет об эффективных характеристиках. Таким образом, определение теплопроводности теплоизоляционных высокопористых материалов является актуальной задачей на сегодняшний день.

Постановка задачи теплообмена

Первым шагом в восстановлении коэффициента теплопроводности является составление постановки «прямой» задачи теплообмена конструкции, моделирующей условия эксперимента.

Применительно к данной постановке задачи можно применить упрощенную одномерную постановку задачи теплопроводности при допущении о малом перераспределении теплового потока по поверхности прибора при его одномерном нагреве [1]:

$$(1 - \Pi)C_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right].$$

В работе [2] получена формула для расчета эффективной теплопроводности пористой системы методом обобщенной проводимости:

$$\lambda_{\text{эф}}(T) = \lambda_{\text{ск}}(T) \left(\frac{1}{\left(\frac{l_x}{h}\right)^2 + A} + V_2 \left(1 - \frac{h}{l_x}\right)^2 + \frac{2}{1 + \frac{h}{l_x} + \frac{l_x}{V_2 h}} \right),$$

здесь

$$A = \frac{1}{\frac{\lambda_k(T)}{\lambda_{\text{ск}}(T)} + \frac{\lambda_{\text{г.з.}}(T)}{4k_k k_m} \left(\frac{h}{L}\right)^2 10^3}.$$

Величина A отражает передачу тепла на стыке двух частиц через контакт между ними и газовый микрозазор. Таким образом, тепло от одной соприкасающейся поверхности к другой может передаваться самостоятельными четырьмя процессами:

- 1) теплопроводностью через контакт;
- 2) теплопроводностью через среду, заполняющую поры и пространство выступающими шероховатостями контактирующих поверхностей;
- 3) лучистым теплообменом между поверхностями;
- 4) конвекцией газа в порах.

При выводе данной формулы были сделаны следующие допущения:

- 1) линии теплового тока параллельны вертикальным образующим элементарной ячейки;
- 2) структура пористой системы монодисперсная (средний размер частиц одинаков);
- 3) форма зерен шарообразная.

Выражение для контактной теплопроводности можно представить в виде

$$\lambda_k(T) = \int_0^{l_x} \left(\frac{x dx}{\lambda_{\text{г.з.}}(T) + \lambda_{\text{ск}}(T)} \right)^{-1}.$$

Влияние излучения в порах может быть оценено из выражения [2]

$$\lambda_r(T) = 2\varepsilon(T)^2 \sigma T(x, \tau)^3 l_n.$$

Таким образом, выражение для коэффициента теплопроводности через среду, заполняющую поры и пространство выступающими шероховатостями контактирующих поверхностей [2]:

$$\lambda_{r.з.}(T) = 4n(x)\varepsilon(T)\sigma T(x, \tau)^3 l_n.$$

Граничные условия для проведения тепловакуумных испытаний, моделирующих орбитальный участок полета, выглядят следующим образом:

$$T(0) = T_0; \lambda_{эф}(T) \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial x} = A_s(T)q_s + \varepsilon(T)q_i + q_{атм}(\tau) - \varepsilon(T)\sigma T(l_x, \tau)^4.$$

Представим коэффициент теплопроводности исследуемого образца в параметризованном виде, помноженным на соответствующие базисные функции, учитывающие их зависимость от температуры:

$$\lambda_{эф}(T) \approx \sum_{m=1}^M \lambda_p N_m(T),$$

где $N_m(T)$ – базисные функции, описывающие зависимость искомых теплофизических характеристик от температуры. В данной работе используются линейно-непрерывные базисные функции, имеющие следующий вид [3–8]:

$$N_m(T) = \begin{cases} 0, & T < T_{m-1}, \\ \frac{T - T_{m-1}}{T_m - T_{m-1}}, & T_{m-1} \leq T \leq T_m, \\ \frac{T_{m+1} - T}{T_{m+1} - T_m}, & T_{m-1} \leq T \leq T_m, \\ 0, & T > T_m, \quad m = \overline{1, M}. \end{cases}$$

Рассмотрим восстановление исследуемой характеристики на основе среднеквадратичного функционала невязки между теоретическим и экспериментальным полем температур [7, 8]:

$$S(\lambda_p) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{max}} \sum_{i=1}^M [T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})]^2 d\tau.$$

В работе используется метод безусловной минимизации функционала $S(\lambda_p)$ с помощью метода сопряженных градиентов как наиболее точного метода первого порядка точности, позволяющего достичь требуемой сходимости за минимальное число итераций.

Последовательный алгоритм метода сопряженных градиентов можно представить в следующем виде на примере параметризованного коэффициента теплопроводности [9–13]:

$$\lambda^{n+1} = \lambda^n + \Delta\lambda^{n+1},$$

где

$$\Delta\lambda^{n+1} = -\beta_k p^{(n)}.$$

Направление спуска определяется из

$$\vec{p}^n = \text{grad}S(\lambda^n) + \beta_n \vec{p}^{n-1}; \beta_0 = 0, p^{(0)} = \text{grad}S(\lambda^{(0)}); \beta_n = \frac{|\text{grad}S(\lambda^{(n)})|^2}{|\text{grad}S(\lambda^{(n-1)})|^2}.$$

Критерием останова итерационного процесса является выражение

$$|\text{grad}S(\lambda^{(0)})| = \sqrt{\left\{ \sum_{p=1}^3 \left[\frac{\partial S(\lambda^{(n)})}{\partial \lambda_p} \right]^2 \right\}} \leq \delta_{\text{sum}},$$

где δ_{sum} – погрешность входных данных, вычисленная в той же метрике, что и целевой функционал:

$$\delta_{\text{sum}} = \delta_a + \delta_f + \delta_{\text{окр}},$$

где δ_f – погрешность входных температур, определяемая следующим выражением:

$$\delta_f = \int_0^{\tau_{\text{max}}} \sum_{i=1}^M \delta_L(\tau) d\tau.$$

Для определения компоненты градиента целевого функционала воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа. Для этого запишем обобщенный функционал Лагранжа с ограничениями в виде зашумленного уравнения теплопроводности и его граничных условий

$$S\left(\lambda_p, C_p, \frac{\varepsilon}{A_s p}\right) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_{\text{max}}} \sum_{i=1}^M [T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})]^2 d\tau + \int_0^{\tau_{\text{max}}} \int_0^{l_x} \Psi(x, \tau) [C_{\text{эф}}(T) \rho \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial x} [\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x}]] dx d\tau + \\ + \int_0^{\tau_{\text{max}}} \xi(l_x, \tau) \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial T(l_x, \tau)}{\partial x} - A_s q_s + \varepsilon(T) q_i + q_{\text{атм}} + \varepsilon(T) \sigma T(l_x, \tau)^4 \right] d\tau + \int_0^{\tau_{\text{max}}} \xi(0, \tau) [T(0, \tau) - T_0] d\tau.$$

Для нахождения компонент сообщим элементарные приращения искомым рассматриваемым теплофизическим характеристикам. Получим следующие зависимости:

$$\lambda_{\text{ск}}(T + \Delta T) \approx (1 + \Delta) \sum_{m=1}^M \lambda_p N_m(T + \Delta T) = (1 + \Delta) \sum_{m=1}^M \lambda_p \left[N_m(T) + \frac{\partial N_m(T)}{\partial T} \Delta T \right].$$

Таким образом, при подстановке данных компонент получим возмущенное уравнение теплопроводности:

$$\left[C_{\text{эф}}(T) + \frac{\partial C_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \Delta T \right] \frac{\partial T(x, \tau) + \Delta T(x, \tau)}{\partial \tau} = T(0, \tau) = T_0(0, \tau) + \Delta T(0, \tau); \\ \left[\lambda_{\text{эф}}(T) + \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Delta T \right] \frac{\partial T(l_x, \tau) + \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} = \\ = \sum_{m=1}^M \frac{A_s}{\varepsilon} + \frac{\partial A_s}{\partial T} \Delta T] q_s + \frac{q_i - (\sigma T(l_x, \tau)^4 + 4\sigma T(l_x, \tau)^3 \Delta T(l_x, \tau))}{(1 + \Delta)}.$$

Выражение для производной эффективной теплопроводности от температуры примет следующий вид:

$$\frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} = \frac{\partial \lambda_{\text{ск}}(T)}{\partial T} \left(\frac{1}{\left(\frac{l_x}{h}\right)^2 + A} + V_2 \left(1 - \frac{h}{l_x}\right)^2 + \frac{2}{1 + \frac{h}{l_x} + \frac{l_x}{V_2 h}} \right) - \frac{\lambda_{\text{ск}}(T) \frac{\partial A}{\partial T}}{\left(\left(\frac{l_x}{h}\right)^2 + A\right)^2},$$

здесь

$$\frac{\partial A}{\partial T} = \frac{-\lambda_{\text{ck}}(T) \frac{\partial \lambda_{\text{к}}(T)}{\partial T} + \lambda_{\text{к}}(T) \frac{\partial \lambda_{\text{ck}}(T)}{\partial T} - \frac{\partial \lambda_{\text{г.з.}}(T)}{\partial T} \left(\frac{h}{L}\right)^2 10^3}{\left(\frac{\lambda_{\text{к}}(T)}{\lambda_{\text{ck}}(T)} + \frac{\lambda_{\text{г.з.}}(T)}{4k_{\text{к}}k_{\text{м}}}\right)^2 \left(\frac{h}{L}\right)^2 10^3}.$$

Выражение для производной по контактной теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial \lambda_{\text{к}}(T)}{\partial T} = - \int_0^{l_x} \left(\frac{\left(\frac{\partial \lambda_{\text{г.з.}}(T)}{\partial T} + \frac{\partial \lambda_{\text{ck}}(T)}{\partial T} \right) x dx}{(\lambda_{\text{г.з.}}(T) + \lambda_{\text{ck}}(T))^2} \right)^{-1}.$$

Выражение для производной коэффициента теплопроводности через среду, заполняющую поры и пространство выступающими шероховатостями контактирующих поверхностей от температуры, примет вид

$$\lambda_{\text{г.з.}}(T) = n(x) \sigma l_n \left(12n(x) \varepsilon(T) T(x, \tau)^2 + 3 \frac{\partial \varepsilon(T)}{\partial T} T(x, \tau)^3 \right).$$

Для получения выражения относительно вариации температуры вычтем из возмущенного уравнения теплопроводности невозмущенное [14–17]. Получим

$$\left[C_{\text{эф}}(T) \frac{\Delta T(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial C_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{T(x, \tau)}{\partial \tau} dT \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} dT \right] \frac{\partial T(x, \tau) + \Delta T(x, \tau)}{\partial x};$$

$$T(0) = \Delta T; \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} dT = \sum_{m=1}^M q_s \frac{\partial A_s(T)}{\partial T} dT + \frac{q_i - 4\sigma T^3 \Delta T(l_x, \tau)}{(1 + \Delta)}.$$

Теперь можно записать вариацию обобщенного функционала Лагранжа:

$$\begin{aligned} \delta S \left(\lambda_p, C_p, \frac{\varepsilon}{A_{s,p}} \right) &= \int_0^{\tau_{\text{max}}} \int_0^{l_x} [T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})] \Delta T + \int_0^{\tau_{\text{max}}} \psi(x, \tau) \left[C_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial \tau} + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial C_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} dT \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} dT \right] dx d\tau + \\ &+ \int_0^{\tau_{\text{max}}} \xi(l_x, \tau) \left[q_s \frac{\partial A_s(T)}{\partial T} dT - \frac{\Delta q_i}{(1 + \Delta)} d\tau + \xi(0, \tau) \int_0^{\tau_{\text{max}}} \Delta T(0, \tau) d\tau \right]. \end{aligned}$$

Избавимся от знака повторного дифференцирования для выражения

$$\begin{aligned} \int_0^{l_x} \psi(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \right] dx &= \psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^{l_x} - \int_0^{l_x} \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \times \\ \times \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} dx &= \psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^{l_x} - \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) \Big|_0^{l_x} + \\ &+ \int_0^{l_x} \left[\frac{\partial^2 \psi(x, \tau)}{\partial x^2} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) + \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Delta T(x, \tau) \right] dx. \end{aligned}$$

Запишем теперь новый вид функционала с учетом сделанного преобразования:

$$\begin{aligned} \delta S(\lambda_p) = & \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{i=1}^M T(\lambda_p) - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})] \Delta T + \int_0^{l_x} \int_0^{\tau_{\max}} \psi(x, \tau) \rho [C_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial \tau} + \\ & + \frac{\partial C_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} \Delta T] - \left[\frac{\partial^2 \psi(x, \tau)}{\partial x^2} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) + \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \Delta T(x, \tau) \right] dx d\tau - \\ & - \int_0^{\tau_{\max}} \left[\psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^{l_x} - \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) \Big|_0^{l_x} \right] d\tau + \\ & + \sum_{m=1}^M \lambda_p \left[N_m(T) \frac{\Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial N_m(T)}{\partial T} \frac{T(l_x, \tau)}{\partial x} \Delta T(l_x, \tau) \right] + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \xi(l_x, \tau) \left[\sum_{m=1}^M \lambda_p \left[N_m(T) \frac{\Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} + \frac{\partial N_m(T)}{\partial T} \frac{T(l_x, \tau)}{\partial x} \Delta T(l_x, \tau) \right] + \sum_{m=1}^M \Delta \lambda_p N_m(T) \frac{T(l_x, \tau)}{\partial x} + \right. \\ & \left. + q_s \frac{\partial \frac{A_s}{\varepsilon}(T)}{\partial T} dT - \frac{\Delta q_i}{(1+\Delta)} \right] d\tau + \xi(0, \tau) \int_0^{\tau_{\max}} \Delta T(0, \tau) d\tau. \end{aligned}$$

Для нахождения трех неопределенных множителей Лагранжа перегруппируем члены, стоящие перед вариацией температуры и производной от вариации по температуре, и приравняем их к нулю. Получим

$$\begin{aligned} \Delta T(x, \tau) : \psi(x, \tau) \rho \frac{\partial C_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 \psi(x, \tau)}{\partial x^2} \lambda_{\text{эф}}(T) + \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \frac{\partial \lambda_{\text{эф}}(T)}{\partial T} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} &= 0; \\ \Delta T(l_x, \tau) : -\frac{\partial \psi(l_x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) + \xi(l_x, \tau) q_s \frac{\partial \frac{A_s}{\varepsilon}(T)}{\partial T} &= 0; \\ \Delta T(0, \tau) : \xi(0, \tau) + \frac{\partial \psi(0, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) &= 0; \\ \frac{\partial \Delta T(l_x, \tau)}{\partial x} : \psi(l_x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) &= 0; \\ \frac{\partial \Delta T(0, \tau)}{\partial x} : \psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) &= 0. \end{aligned}$$

Решая эту систему, находим неопределенные множители Лагранжа.

Теперь перепишем наш функционал в другом виде:

$$\begin{aligned} \delta S \left(\lambda_p, C_p, \frac{\varepsilon}{A_{s,p}} \right) = & \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{l_x} \frac{\partial S}{\partial \lambda_p} \Delta \lambda_p + \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{l_x} \psi(x, \tau) \left\{ \sum_{m=1}^M N_m(T) \Delta C_p \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} \right\} + \\ & + \sum_{m=1}^M \frac{\partial N_m(T)}{\partial T} \lambda_p \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Delta T(x, \tau) + \sum_{m=1}^M N_m(T) \lambda_p \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} + \sum_{m=1}^M N_m(T) \Delta \lambda_p \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} \Big] dx d\tau + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \left[\psi(x, \tau) \lambda_{\text{эф}}(T) \frac{\partial \Delta T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_0^{l_x} - \frac{\partial \psi(x, \tau)}{\partial x} \lambda_{\text{эф}}(T) \Delta T(x, \tau) \Big|_0^{l_x} \right] d\tau + \sum_{m=1}^M \Delta \lambda_p N_m(T) \frac{T(l_x, \tau)}{\partial x} + \\ & + \int_0^{\tau_{\max}} \xi(l_x, \tau) \left[q_s \left[\Delta \frac{A_s}{\varepsilon} \sum_{m=1}^M N_m(T) + \frac{A_s}{\varepsilon} \frac{\partial N_m(T)}{\partial T} \Delta T(x, \tau) \right] - \Delta q_i \right] d\tau + \xi(0, \tau) \int_0^{\tau_{\max}} \Delta T(0, \tau) d\tau. \end{aligned}$$

Группируя члены относительно вариаций параметризованного коэффициента теплопроводности материала, получим аналитическое выражение компоненты градиента целевого функционала:

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda_p} = \int_0^{\tau_{\max}} \int_0^{l_x} \sum_{m=1}^M \psi(x, \tau) N_m(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} dx d\tau + \int_0^{\tau_{\max}} \sum_{m=1}^M \Delta \lambda_p N_m(T) \frac{T(l_x, \tau)}{\partial x} d\tau.$$

В качестве регуляризирующего параметра выбирается номер итерации, т.е. на $n + 1$ итерации целевой функционал должен быть минимален:

$$S(\lambda_p + \Delta\lambda_p) = S(\lambda_p) - \alpha_{\text{сп}} \left[\frac{\partial S(\lambda_p)}{\partial \lambda_p} \right]^2; S(\lambda_p + \Delta\lambda_p) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \int_0^{\tau_{\text{max}}} \left[T(\lambda_p) - \alpha_{\text{сп}} \frac{\partial T(\lambda_p)}{\partial \lambda_p} \text{grad} S \right]^2 - \tilde{T}(\bar{x}, \bar{\tau})]^2 d\tau,$$

куда согласно принципу глобального минимума необходимо и достаточно приравнять полученное выражение к нулю и выразить шаг спуска. Получим

$$\alpha_{\text{сп}} = \sum_{m=1}^M \int_0^{\tau_{\text{max}}} \frac{1}{\frac{\partial T(\lambda_p)}{\partial \lambda_p}} d\tau.$$

Таким образом, можно сформулировать принцип работы данного алгоритма идентификации теплофизических параметров. Суть его заключается в следующем:

1. Решается «прямая» задача прогрева конструкции при реализации граничных условий, характерных для условий тепловакуумных испытаний изделия.
2. Далее после результатов тепловакуумных испытаний составляется среднерегуляризуемая интегральная ошибка между теоретическим и экспериментальным полем температур в зонах установки датчиков температур.
3. Решается задача оптимизации данного функционала при предварительном вычислении компоненты градиента целевого среднеквадратичного функционала невязки.
4. Ищется шаг спуска в методе «сопряженных» направлений, обеспечивающий минимум целевого функционала на следующей итерации.
5. Получаем значения целевых функций на следующей итерации. При выполнении условия останова полученные значения каждого из блоков домножаются на свои характерные базисные функции, считается, что зависимости получены, иначе процесс 1–5 выполняется повторно.

Реализация решения данного алгоритма проиллюстрирована на блок-схеме на рис. 1.

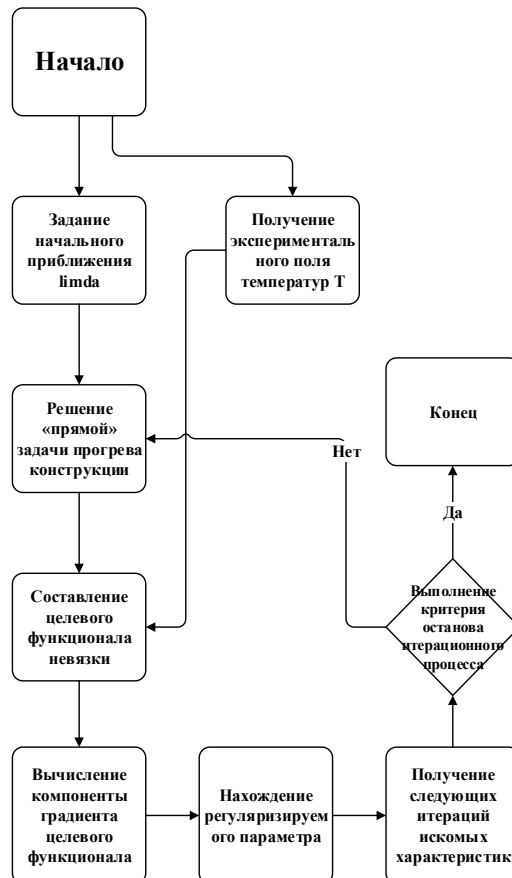


Рис. 1. Блок-схема алгоритма идентификации искомых теплофизических параметров

В численном эксперименте рассматривается образец в виде параллелепипеда, по толщине которого установлено шесть термодатчиков. Все его поверхности теплоизолированы, кроме верхнего основания, на которое падает лучистый интегральный тепловой поток. Таким образом, реализуется одномерный прогрев по толщине материала, моделирующий заданную постановку задачи. В качестве источника теплового потока используется медный линейчатый нагреватель. Результаты определения падающего теплового потока и экспериментального температурного поля представлены на рис. 2, 3.

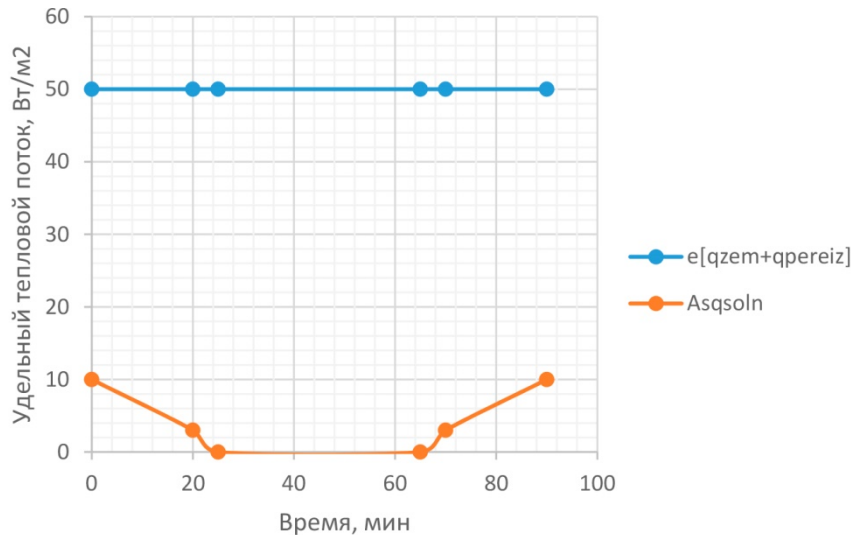


Рис. 2. Удельные падающие тепловые потоки на нагреваемую поверхность образца

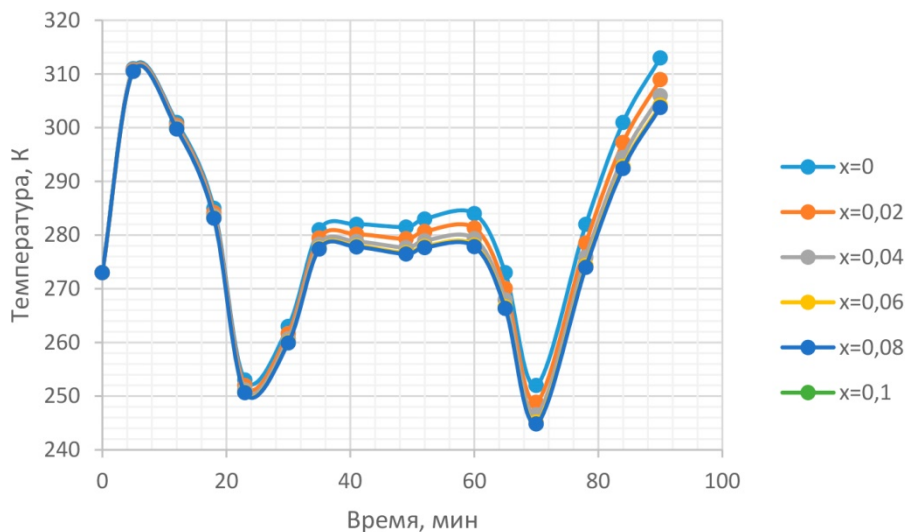


Рис. 3. Температурное поле в местах установки датчиков температур

При итерационном уточнении параметризованной величины коэффициента теплопроводности материала будет также по итерациям восстанавливаться температурное поле, стремясь к своему экспериментальному аналогу. На рис. 4 приведена зависимость температур в точке замера температур для двух крайних моментов времени в зависимости от номера итерации.

Как видно из рисунка, для итерационной сходимости к своему итерационному постоянному значению необходимы четыре итерации, что говорит об эффективности предложенного метода.

Нагляднее всего процесс сходимости показан по минимизации среднеквадратичного отклонения теоретического температурного поля от экспериментального в местах замера температур. Данный процесс показан на рис. 5. При решении данной обратной задачи теплопроводности в силу симметрии теплового нагружения от времени было решено выбрать три временных блока, причем третий дублирует первый.

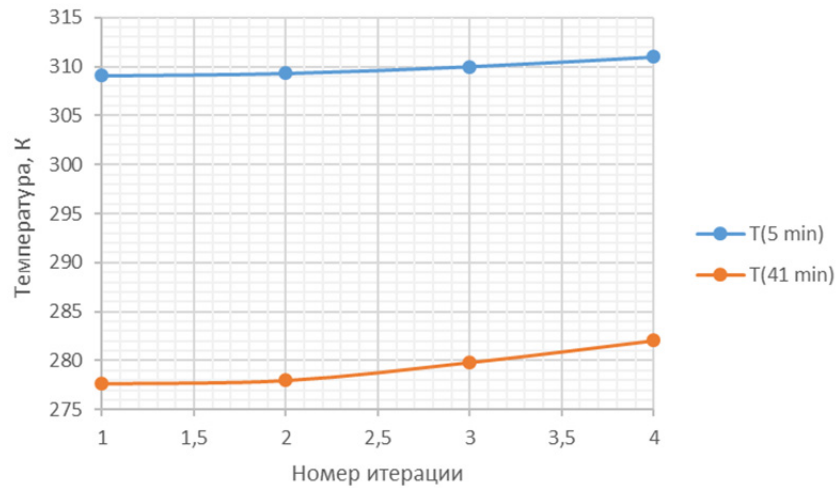


Рис. 4. Итерационное изменение температурного поля для двух моментов времени

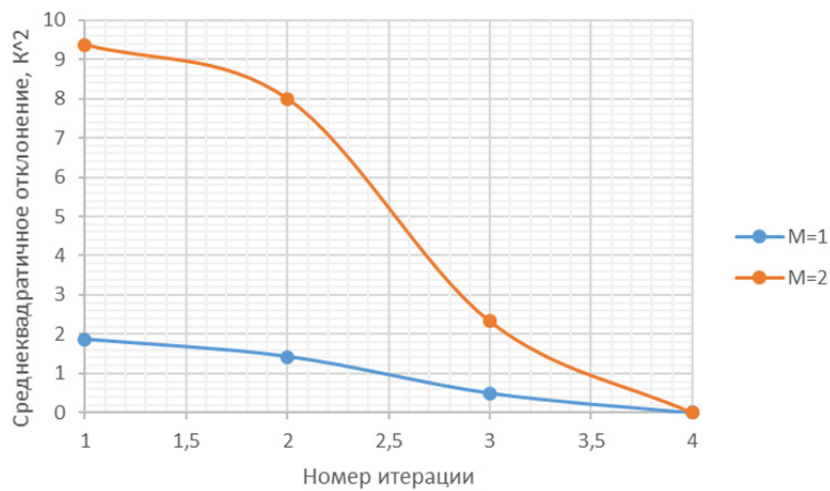


Рис. 5. Итерационное изменение среднеквадратичной ошибки между теоретическим и экспериментальным температурным полем в местах установки датчиков температур

Итерационные изменения коэффициента теплопроводности материала представлены для каждого из двух временных блоков на рис. 6, а изменение коэффициента теплопроводности от температуры – на рис. 7.

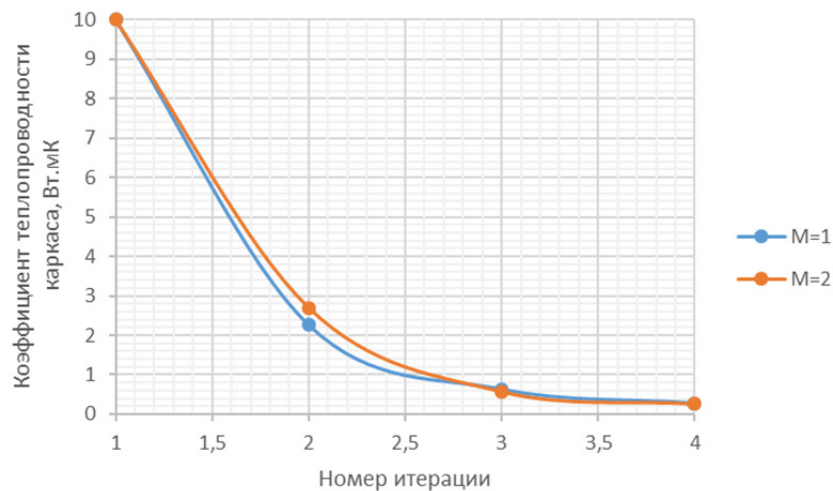


Рис. 6. Итерационное изменение коэффициента теплопроводности высокопористого материала от температуры

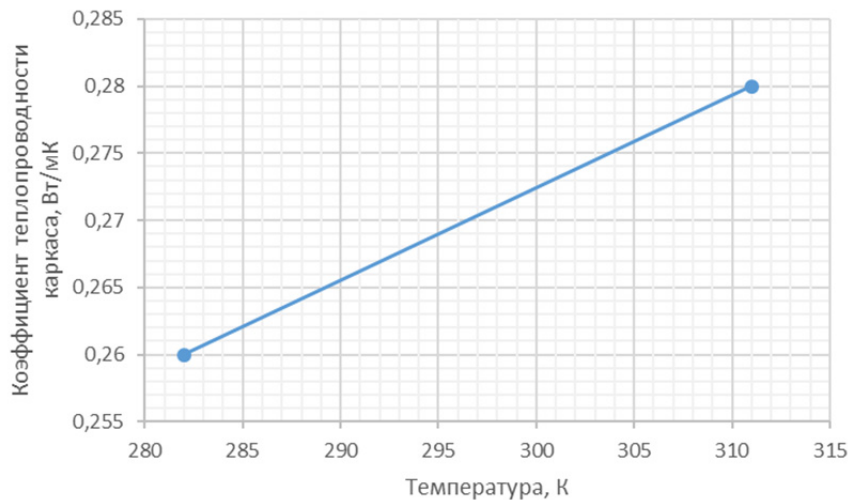


Рис. 7. Изменение коэффициента теплопроводности высокопористого материала от температуры

Заключение

1. Разработан метод параметрической идентификации коэффициента теплопроводности высокопористых материалов как функций от температуры методом итерационной регуляризации в приближении однонаправленного прогрева для орбитального участка полета.

2. Продемонстрированы результаты данного алгоритма на примере определения коэффициента теплопроводности образца высокопористого теплозащитного покрытия.

3. Результаты показали, что при данном уровне температур коэффициент теплопроводности будет варьироваться в пределах $0,26-0,28 \frac{\text{Вт}}{\text{мК}}$.

4. Данный алгоритм может быть использован и для более широкого температурного диапазона для определения коэффициента теплопроводности высокопористых материалов в изотропном приближении.

Список литературы

1. Залетаев В. М., Капинос Ю. В., Сургучев О. В. Расчет теплообмена космического аппарата. М. : Машиностроение, 1979.
2. Васильев Л. Л., Танаева С. А. Теплофизические свойства пористых материалов. Минск, 1971. С. 17–20.
3. Басистов Ю. А., Яновский Ю. Г. Некорректные задачи в механике (реологии) вязкоупругих сред и их регуляризация // Механика композиционных материалов и конструкций. 2010. Т. 16, № 1. С. 117–143.
4. Бакушинский А. Б., Кокурин М. Ю., Кокурин М. М. Прямые и обратные теоремы для итерационных методов решения нерегулярных операторных уравнений и разностных методов решения некорректных задач Коши // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2020. Т. 60, № 6. С. 939–962.
5. Фанов В. В., Мартынов М. Б., Карчаев Х. Ж. Летательные аппараты НПО им. С. А. Лавочкина (к 80-летию предприятия) // Вестник НПО им. С. А. Лавочкина. 2017. № 2/36. С. 5–16.
6. Блох А. Г., Журавлев Ю. А., Рыжков Л. Н. Теплообмен излучением. М. : Энергоатомиздат, 1991.
7. Тулин Д. В., Финченко В. С. Теоретико-экспериментальные методы проектирования систем обеспечения теплового режима космических аппаратов. М. : МАИ-ПРИНТ, 2014. Т. 3. С. 1320–1437.
8. Цаплин С. В., Болычев С. А., Романов А. Е. Теплообмен в космосе. Самара : Самарский университет, 2013. 53 с.
9. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М. : Наука, 1988. 288 с.
10. Алифанов О. М. Обратные задачи теплообмена. М. : Машиностроение, 1988. 280 с.
11. Формалев В. Ф. Теплоперенос в анизотропных твердых телах. М. : Физматлит, 2015. 238 с.
12. Васин В. В. Модифицированный метод наискорейшего спуска для нелинейных регулярных операторных уравнений // Доклады Академии наук. 2015. Т. 462, № 3. С. 264.
13. Голичев И. И. Модифицированный градиентный метод наискорейшего спуска решения нелинейной задачи для нестационарных уравнений Навье-Стокса // Уфимский математический журнал. 2013. Т. 5, № 4. С. 60–76.
14. Формалев В. Ф., Ревизников Д. Л. Численные методы. М. : Физматлит, 2004. 400 с.

15. Формалев В. Ф. Анализ двумерных температурных полей в анизотропных телах с учетом подвижных границ и большой степени анизотропии // Теплофизика высоких температур. 1990. Т. 28, № 4. С. 715–721.
16. Формалев В. Ф. Идентификация двумерных тепловых потоков в анизотропных телах сложной формы // Инженерно-физический журнал. 1989. Т. 56, № 3. С. 382–386.
17. Формалев В. Ф., Колесник С. А. Аналитическое решение второй начально-краевой задачи анизотропной теплопроводности // Математическое моделирование. 2003. Т. 15, № 6. С. 107–110.

References

1. Zaletaev V.M., Kapinos Yu.V., Surguchev O.V. *Raschet teploobmena kosmicheskogo apparata = Calculation of the heat exchange of the spacecraft*. Moscow: Mashinostroenie, 1979. (In Russ.)
2. Vasil'ev L.L., Tanaeva S.A. *Teplofizicheskie svoystva poristykh materialov = Thermophysical properties of porous materials*. Minsk, 1971:17–20. (In Russ.)
3. Basistov Yu.A., Yanovskiy Yu.G. Incorrect problems in mechanics (rheology) of viscoelastic media and their regularization. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktivnykh materialov = Mechanics of composite materials and structures*. 2010;16(1):117–143. (In Russ.)
4. Bakushinskiy A.B., Kokurin M.Yu., Kokurin M.M. Direct and inverse theorems for iterative methods of solving irregular operator equations and difference methods for solving ill-posed Cauchy problems. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki = Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2020;60(6):939–962. (In Russ.)
5. Fanov V.V., Martynov M.B., Karchaev Kh.Zh. Aircraft of S.A. Lavochkin NGO (to the 80th anniversary of the enterprise. *Vestnik NPO im. S. A. Lavochkina = Bulletin of S.A. Lavochkin NGO*. 2017;(2/36):5–16. (In Russ.)
6. Blokh A.G., Zhuravlev Yu.A., Ryzhkov L.N. *Teploobmen izlucheniem = Heat exchange by radiation*. Moscow: Energoatomizdat, 1991. (In Russ.)
7. Tulin D.V., Finchenko V.S. *Teoretiko-eksperimental'nye metody proektirovaniya sistem obespecheniya teplovogo rezhima kosmicheskikh apparatov = Theoretical and experimental methods of designing systems for ensuring the thermal regime of spacecraft*. Moscow: MAI-PRINT, 2014;3:1320–1437. (In Russ.)
8. Tsaplin S.V., Bolychev S.A., Romanov A.E. *Teploobmen v kosmose = Heat transfer in space*. Samara: SamarSKIY universitet, 2013:53. (In Russ.)
9. Alifanov O.M., Artyukhin E.A., Rumyantsev S.V. *Ekstremal'nye metody resheniya nekorrektnykh zadach = Extreme methods for solving ill-posed problems*. Moscow: Nauka, 1988:288. (In Russ.)
10. Alifanov O.M. *Obratnye zadachi teploobmena = Inverse problems of heat transfer*. Moscow: Mashinostroenie, 1988:280. (In Russ.)
11. Formalev V.F. *Teploperenos v anizotropnykh tverdykh telakh = Heat transfer in anisotropic solids*. Moscow: Fizmatlit, 2015:238. (In Russ.)
12. Vasin V.V. Modified steepest descent method for nonlinear regular operator equations. *Doklady Akademii nauk = Reports of the Academy of Sciences*. 2015; 462(3):264. (In Russ.)
13. Golichev I.I. Modified gradient method of the steepest descent of the solution of the non-linearized problem for unsteady Navier-Stokes equations. *Ufimskiy matematicheskiy zhurnal = Ufa Mathematical Journal*. 2013;5(4):60–76. (In Russ.)
14. Formalev V.F., Reviznikov D.L. *Chislennye metody = Numerical methods*. Moscow: Fizmatlit, 2004:400. (In Russ.)
15. Formalev V.F. Analysis of two-dimensional temperature fields in anisotropic bodies taking into account mobile boundaries and a large degree of anisotropy. *Teplofizika vysokikh temperature = Thermophysics of high temperatures*. 1990;28(4):715–721. (In Russ.)
16. Formalev V.F. Identification of two-dimensional heat flows in anisotropic bodies of complex shape. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal = Engineering and Physics journal*. 1989;56(3):382–386. (In Russ.)
17. Formalev V.F., Kolesnik S.A. Analytical solution of the second initial boundary value problem of anisotropic thermal conductivity. *Matematicheskoe modelirovanie = Mathematical modeling*. 2003;15(6):107–110. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Никита Олегович Борщев

кандидат технических наук, ведущий инженер,
Астрокосмический центр
Учреждения Российской академии наук
Физического института имени П. Н. Лебедева
(Россия, г. Москва, Ленинский пр-т, 53)
E-mail: moriarty93@mail.ru

Nikita O. Borshchev

Candidate of technical sciences, leading engineer,
Astro Space Center Institutions of the Russian Academy
of Sciences P.N. Lebedev Institute of Physics
(53 Leninsky avenue, Moscow, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /
The authors declare no conflicts of interests.**

Поступила в редакцию/Received 15.03.2022

Поступила после рецензирования/Revised 18.04.2022

Принята к публикации/Accepted 16.05.2022