ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ПРОБЛЕМ НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА

FUNDAMENTALS OF RELIABILITY AND QUALITY ISSUES

УДК 681.2.084-192

DOI 10.21685/2307-4205-2020-4-1

Н. А. Северцев, А. Н. Дарьина

ПРИМЕНЕНИЕ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ ПРИ РЕСУРСНОЙ ОТРАБОТКЕ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ИЗДЕЛИЙ

N. A. Severtsev, A. N. Daryina

APPLICATION OF SIMILARITY CRITERIA FOR RESOURCE DEVELOPMENT OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS AND PRODUCTS

Аннотация. В практике отработки (испытаний) создаваемой системы, как правило, воспроизводится более узкий спектр нагрузки, поэтому при разных других условиях разброс результатов испытаний будет существенно меньше разброса этого же параметра в условиях реальной эксплуатации. Кроме того, экспериментальная оценка исследуемого параметра, полученная по результатам испытаний, является схожей по физической природе, поскольку в процессе испытаний воспроизводится не весь спектр нагрузок, а те нагрузки, которые задаются и имеют ту или иную степень приближения. Это объясняется тем, что точное моделирование всего спектра нагрузок практически неосуществимо, а экономически нецелесообразно. Возникает проблема сравнения разных методов испытаний и пересчета их результатов. В статье приводятся варианты применения критериев подобия к различным процессам при отработке (испытаниях) сложных технических систем.

Ключевые слова: сложная техническая система, критерии подобия, вероятность, отказоустойчивость, надежность.

Abstract. In practice, testing (creating) the created system, as a rule, reproduces a narrower spectrum of the load, therefore, under various other conditions, the spread of the test results will be significantly less than the spread of the same parameter in real use. In addition, the experimental assessment of the parameter under study, obtained from the test results, is similar in physical nature, since in the process of testing not all spectrum of loads is reproduced, but those loads that are set and have one or another degree of approximation. This is because accurate modeling of the entire spectrum of loads is practically impracticable, and economically impractical. There is a problem of comparing different test methods and recounting their results. The article provides options for applying the similarity criteria to various processes during the development (testing) of complex technical systems.

Keywords: complex technical system, similarity criteria, probability, fault tolerance, reliability.

Введение

При отработке сложных технических систем (СТС) на ресурс, т.е. на долговечность, используются модели, описывающие закономерности процессов отказоустойчивости СТС, которая характеризуется постепенными изменениями параметров вследствие изнашивания, регулирования и старения, а также вследствие внешнего агрессивного воздействия на СТС специального назначения, включая воздействия информационными технологиями. Использование методов теории подобия для физического моделирования при испытаниях на ресурс и защиту заключается в установлении типовых признаков отказов, исследования закономерностей их возникновения. Стохастический подход к моделированию процессов отказов учитывает многообразие случайных факторов, действующих на СТС в эксплуатации [1]. Для построения критериев подобия параметрических отказов необходимо учитывать динамику процессов изменения в зависимости от времени характеристик работоспособности и действующих на СТС факторов. Для детерминированных критериев подобия наиболее простым для их построения является случай линейных детерминированных зависимостей, описывающих процесс изменения определяющего параметра [2].

При выбранных нагрузках $C_{b_0}, C_U, C_{y_0}, C_t$ из условия подобия определяется необходимый коэффициент форсирования нагрузки C_x и из него нагрузки x. В случаях масштабного фактора форсирования нагрузки необходимо устанавливать предельную нагрузку x^M, при которой сохраняется подобие физических процессов при функционировании СТС в нормальном и форсированном режиме. Метод построения и применения критериев подобия на основе преобразованных исходных зависимостей, описывающих исследуемые процессы параметрических отказов, идентичен и для других случаев детерминированных процессов отказов.

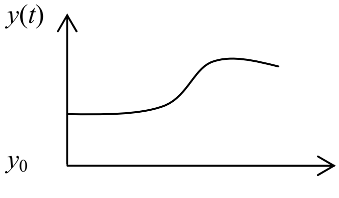
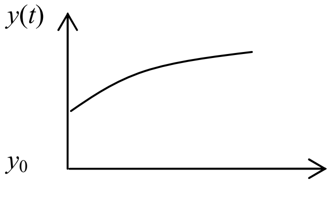
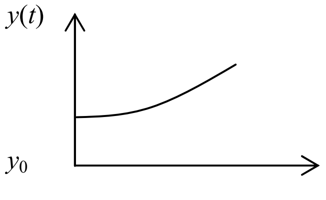
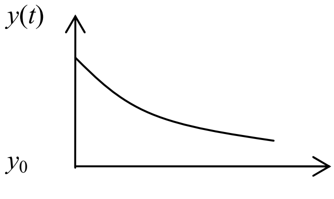
Для нелинейных процессов критерии подобия определяются на основании первой и второй теорем подобия с использованием правила установления подобия процессов, содержащих неоднородные функции [2].

Применение критериев подобия для нелинейных процессов

Критерии подобия для наиболее распространенных нелинейных детерминированных процессов постепенных отказов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Критерии подобия нелинейных процессов изнашивания СТС

График изменения	Уравнения процесса изнашивания	Критерии подобия	*Примеры процесса
	$y(t)=y_0+\int_0^t a\,t\,e^{-bt\,dt}$	$\pi_1=bt$ $\pi_2=\frac{at^2}{y_0}$	Коррозия, разгерметизация
	$y(t)=y_0+A\left(e^{bt}-1\right)$	$\pi_1=\frac{A}{y_0}$ $\pi_2=bt$	Изнашивание контактных пар
	$y(t)=y_0+A\left(1-e^{-bt}\right)$	$\pi_1=\frac{A}{y_0}$ $\pi_2=bt$	Изнашивание в период приработки
	$y(t)=y_0e^{-bt}$	$\pi_1=bt$	Выход из работоспособности

Примечание. Примеры процесса показаны условно.

Тогда критерий подобия для рассматриваемого класса линейных исходных зависимостей примет вид

$$\pi_1(t) = \left(1 + \frac{U\,x}{b_0}\right)\frac{b_0}{y_0}t.$$

В соответствии с третьей теоремой подобия условия однозначности линейного процесса изнашивания (выход из строя) имеют вид при

$$\begin{cases} t = 0,\, \pi_1(0) = 0, \\ t = T,\, \pi(T) = \pi_{\max} = \dfrac{y_{\max}}{y_0} - 1. \end{cases} \tag{2}$$

Критерии подобия параметрических отказов могут использоваться для планирования отработочных испытаний на ресурс по следующей процедуре.

Пусть требуется подтвердить необходимый ресурс T СТС за время испытаний $T_ф$. Параметры, характеризующие процесс отказа, равны y_0, $y_{\max}$, b_0. Индикатор подобия испытаний (отработки) СТС в реальных условиях и в форсированном режиме имеет вид

$$\left(1 + \frac{U\,x}{b_0}\right)\frac{b_0}{y_0}T = \left(1 - \frac{U\,x_ф}{b_0}\right)\frac{b_0}{y_0}T_ф\,. \tag{3}$$

Обозначим $C_T = \dfrac{T}{T_ф}$ – коэффициент форсирования испытаний по времени; C_X – коэффициент форсирования испытаний по нагрузке. С учетом (2) и (3) получим

$$C_X = \frac{\pi_{\max} - \dfrac{b_0 T}{y_0}}{C_T\left(\pi_{\max} - \dfrac{b_0 T}{C_T y_0}\right)} \text{ и } X_ф = \frac{X}{C_X}\,.$$

В случае, когда испытаниями на ресурс назначается конструктивно-подобная модель и коэффициенты подобия равны, тогда

$$\frac{b_0}{b_0^M} = C_{b_0};\; \frac{U}{U^M} = C_U;\; \frac{y_0}{y_0^M} = C_{y_0};\; \frac{X}{X^M} = C_X;\; \frac{T}{T^M} = C_T.$$

Индикатор подобия имеет вид

$$\frac{\pi_{\max} - \dfrac{b_0 T}{y_0}}{\pi_{\max} - \dfrac{C_{y_0}}{C_{b_0} C_T}\dfrac{b_0 T}{y_0}} \times \frac{C_{y_0} C_U}{C_T C_X} = 1.$$

Задача построения и применения критериев подобия параметрических отказов разбивается на следующие этапы:

– выбор наиболее информативных параметров, характеризующих процесс отказов;

– формирование требований к объектам и условиям испытаний при планировании критериальных комплексов для оценки завершенности отработки.

Применение критериев подобия для линейных процессов

Рассмотрим задачу критериев подобия линейных полуслучайных процессов отказов СТС. Известно [3, 4], что в ряде случаев процессы отказов могут быть представлены в виде линейной полуслучайной функции изменения определяющего параметра

$$y = y_0 + Bt, \tag{4}$$

где B – скорость изменения определяющего параметра, являющаяся случайной величиной; y_0 – начальное значение определяющего параметра. Для практических целей важен случай, когда справедлива зависимость

$$B = b_0 + U\,x,$$

где b_0 – начальная скорость изменения определяющего параметра, а U – чувствительность скорости B к нагрузкам; x – величина нагрузки. Считаем, что для испытываемой СТС b_0 и U – неслучайные величины, являющиеся параметрами СТС, а нагрузка x – случайная величина, подчиненная нормальному закону распределения с параметрами m_x и σ_x. Скорость B также будет иметь нормальное распределение. Параметры распределения величины B будут иметь вид $m_b = b_0 + U\,m_x$, $\sigma_b = U\sigma_x$. В момент отказов, когда определяющий параметр y достигает предельного значения $y_{\max}$, выражение (4) примет вид $y_{\max} = y_0 + Bt$. Плотность распределения наработки до отказа $T = \dfrac{y_{\max} - y_0}{B}$ является функцией случайной величины B, которая определяется по известной плотности $f(B)$

$$f(t) = \left[\left|\psi(t)\psi'(t)\right|\right], \tag{5}$$

где $\psi(t) = \dfrac{y_{\max} - y_0}{t} = \dfrac{\Delta y}{t} = B;\ \psi'(t) = \dfrac{\Delta y}{t^2}$.

В результате подстановки в (5) выражений для $\psi(t)$ и $\psi'(t)$ получим плотность распределения $f(t)$, называемой α-распределением

$$f(t) = \frac{m_i C}{\delta\sqrt{2\pi}}\frac{1}{t^2}e^{\frac{(m_t - t)^2}{2\delta^2 t^2}},$$

где $m_t = \dfrac{\Delta y}{m_b}$ – средняя наработка до отказа; $\delta = \dfrac{\sigma_b}{m_b}$ – коэффициент вариации; C – нормирующий множитель.

При построении критерия подобия детерминированно-определенных параметров СТС испытаний с показателями отказоустойчивости, надежности, живучести и безопасности, требования задаются, например, в виде вероятности безотказной работы. Введем безразмерную случайную величину $T_1 = \dfrac{T}{m_t}$, плотность распределения которой будет иметь вид

$$f(\tau) = \frac{C}{\delta\sqrt{2\pi}}\frac{1}{t^2}e^{\frac{(1-\tau)^2}{2\delta^2\tau^2}}.$$

Функции плотности распределения $f(t)$ и $f(\tau)$ связаны соотношением $f(\tau) = m_t\,f(t)$. Вероятность отказа СТС определяется по формуле

$$q(t) = F(t) = \int_0^t f(t)\,dt = \int_0^\tau f(\tau)\,d\tau = F(\tau).$$

Обозначим $z = \dfrac{1-\tau}{\delta\tau}$. Тогда вероятность безотказной работы СТС

$$P(t) = 1 - F(\tau) = 1 - \int_0^{\tau_1} f(\tau)\,d\tau = F_0(z), \tag{6}$$

где $F_0(z)$ – интегральная функция Лапласа. Исходя из принципа установления стохастического подобия на основе равно отказоустойчивости сравниваемых систем (изделий, объектов, в данном случае по параметрическим отказам), с учетом (6) критерий подобия будет иметь вид

$$\pi = \frac{1-\tau}{\delta\tau} = \frac{\Delta y - T(b_0 + Um_x)}{U\sigma_x T} = \text{idem}. \quad (7)$$

В критериальном комплексе (7) взаимосвязаны физические параметры СТС и вероятностные характеристики нагрузки.

Если требования к отказоустойчивости СТС задаются в виде вероятности безотказной работы, (характеризующие живучесть, надежность, безопасность, отказоустойчивость) $P_{\text{тр}}$, то условие подобия будет иметь вид $P(t) = P_{\text{тр}}$. Зависимость, устанавливающая взаимосвязь перечисленных показателей, параметров испытываемой СТС и действующей нагрузки представляется в виде

$$\frac{\Delta y - T(b_0 + Um_x)}{U\sigma_x T} = Z_{\text{тр}}, \quad (8)$$

где $Z_{\text{тр}}$ – квантиль нормального распределения уровня $P_{\text{тр}}$. Используя выражение (8), представляется возможность формировать требования к испытаниям при планировании отработки и проводить оценку завершенности испытаний исследуемой СТС (изделия и др.) [7].

Применение критериев подобия к нелинейным случайным величинам

Рассмотрим критерии подобия нелинейных случайных величин. Если случайная нагрузка не может считаться постоянной в течение промежутка времени функционирования СТС, тогда линейная полуслучайная модель процессов отказов становится неадекватной. В этом случае нагрузка должна рассматриваться как случайная функция времени. Процесс изнашивания при рассмотрении нагрузки как случайной функции времени может быть представлен в виде

$$y(t) = y_0 + \int_0^t \left(b_0 + U\,x(t)\right) dt .$$

Процесс параметрических отказов можно описать с помощью схемы изнашивания с накоплением повреждений. Согласно этой схеме, в случайные моменты времени возникают единичные повреждения равной величины. При накоплении r повреждений наступает отказ СТС. Повреждение состоит в том, что в результате изнашивания скачкообразно увеличивается определяющий параметр на некоторую постоянную величину Δy [8]. Описанная схема изнашивания справедлива при соблюдении следующих условий:

– вероятность γ возникновения скачка изнашивания за время от t до $t + \Delta t$ приближенно пропорциональна длительности, т.е. $\gamma = \lambda\Delta t + \vartheta(\Delta t)$, где $\vartheta(\Delta t)$ – бесконечно малая высшего порядка относительно Δt – это условие определяет свойство постоянства средней скорости изнашивания;

– вероятность более одного скачка в промежутке $(t, t + \Delta t)$ мала при малых Δt. Это условие определяет свойство ординарности потока накопления повреждений. Вероятность каждого следующего скачка не зависит от числа ранее произошедших скачков, что справедливо для зоны установившегося (нормального) изнашивания. В зоне нормального изнашивания параметр приобретает стабильное свойство.

При выполнении перечисленных условий время безотказной работы СТС имеет гамма-распределение [9]. Для целых r функция распределения времени τ имеет вид

$$F(t) = P\{\tau \le T, k = r\} = 1 - \sum_{k=0}^{r-1} \frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T} ,$$

где $\frac{(\lambda T)^k}{k!} e^{-\lambda T} = P_k(T)$ – есть вероятность того, что к моменту T произошло k скачков (повреждений). Параметры λ и r гамма-распределения времени безотказной работы СТС, подверженного износу определяются так: параметр $y(t)$ измеряется через фиксированные постоянные промежутки времени Δt. Математическое ожидание и дисперсия величины изменения определяющего параметра за интервал времени Δt для гамма-распределения соответственно равны:

$$\left.\begin{aligned} &M\{\Delta y\, k(\Delta)\} = \Delta y \lambda t, \\ &D\{y\, k(\Delta)\} = \Delta y^2\, \Delta t, \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

где Δy – величина износа СТС, приходящаяся на одно повреждение (скачок); $k(\Delta)$ – случайная величина, равная числу скачок за интервал времени Δt.

В то же время для процесса (9) можно записать

$$\left.\begin{aligned} &M\left[y(t+\Delta t) - y(t)\right] = M\left[\int_0^{\Delta t}\left(b_0 + U\,x(t)\right)dt\right] = \left[b_0 + U\,m_x\right]\Delta t, \\ &D\left[y(t+\Delta t) - y(t)\right] = D\left[\int_0^{\Delta t}\left(b_0 + U\,x(t)\right)dt\right] = U^2\int_0^{\Delta t}\int_0^{\Delta t} K_x(t,t')\,dt\,dt', \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

где $m_x = M\{x(t)\}$ – математическое ожидание случайного процесса воздействия нагрузок; $K_x(t,t')$ – корреляционная функция случайного процесса воздействия нагрузок. Для гамма-закона распределения $F(T)$ должно удовлетворяться требование $m_x = \text{const}$.

Подставив (9) в (10), получим

$$\left.\begin{aligned} &\Delta y = \frac{U^2\int_0^{\Delta t}\int_0^{\Delta t} K_x(t,t')\,dt\,dt'}{\left[b_0 + U\,m_x\right]\Delta t}; \\ &\lambda = \frac{b_0 + U\,m_x}{\Delta y}; \quad r = \frac{y_{\text{КР}} - y_0}{\Delta y}. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Вероятность безотказной работы СТС, подверженной изнашиванию, определяется в рассматриваемом выше случае как

$$P(T) = 1 - F(t) = P\{\tau > T,\, k = r\} = \sum_{k=0}^{r-1}\frac{(\lambda T)^k}{k!}e^{-\lambda T}.$$

Критерий стохастического подобия процесса изнашивания с накоплением повреждений с учетом (9) будет иметь вид

$$\pi = \sum_{k=0}^{r-1}\frac{(\lambda T)^k}{k!}e^{-\lambda T} = \text{idem}. \tag{12}$$

Величины λ и r, входящие в критерий подобия (12), определяются из выражения (11). Выбор параметров объекта – испытаний $(y_{\max}, y_0, b_0, U)$, определяющих процесс изнашивания при заданных характеристиках случайной нагрузки, а также параметров λ и r, осуществляется таким образом, чтобы обеспечить при планировании испытаний требования $\pi = \text{idem}$.

Величина π устанавливается с учетом требований к отказоустойчивости $P_{\text{тр}}$. Из условия стохастического подобия (12) могут быть также определены величины $(y_{\max}, y_0, b_0, U)$, используемые для контроля хода и оценки завершенности отработки системы (изделия, объекта). Необходимо отметить, что Δy должна быть достаточно малой для обеспечения точной аппроксимации процесса $y(t)$ ступенчатой функцией. Для снижения влияния ошибки измерения на аппроксимацию кривой изнашивания интервал Δt между измерениями следует выбирать так, чтобы ошибка измерения была мала по сравнению с приращением Δy на этот интервал времени. При описании процесса с независимыми приращениями скорости изнашивания время функционирования СТС разбивается на фиксированные постоянные интервалы времени Δt. Предполагается, что скорости процесса на каждом интервале являются случайными независимыми величинами, измененными на протяжении интервала Δt.

Закон распределения скорости на каждом интервале времени известен и остается неизменным для всех временных интервалов.

Процесс изнашивания исследуемой системы (объекта, изделия) для данной схемы представим в виде

$$y(t_i) = y(i\Delta t) = y_0 + \Delta t \sum_{j=1}^{i} \left(b_0 - U x_j\right), \tag{13}$$

где $i = 1,2,...$ – номер точки, в которой рассматривается процесс.

В выражении (13) через x_j обозначена случайная величина нагрузки на *j*-м интервале времени. Плотность распределения $f(x_j)$ нагрузки x_j постоянна независимо от номера интервала. Критическое значение определяющего параметра $y_{\text{КР}}$, соответствующее отказовому состоянию СТС, достигается в некотором случайном промежутке времени $t - s\Delta t$.

Выражение (13) для критического случая имеет вид [10]

$$y_{\max}(T) = y_0 + \Delta t \sum_{j=1}^{s-1} \left(b_0 + U x\right) + \left(T - s\Delta t\right)\left(b_0 + U x_j\right). \tag{14}$$

Вероятность безотказной работы СТС по параметру на отрезке времени $\left(0, i - \Delta t\right)$ определяется так. Отказ в результате достижения параметром *y* значения $y_{\max}$ на первом временном интервале $\Delta = t_1 - t_0 = t_1$. Функционирование СТС наступит тогда, когда будет $y_{\max} < y_0 + \Delta t\left(b_0 + U x_1\right)$ или $x_1 \geq \dfrac{\dfrac{y_{\max} - y_0}{\Delta t} - b_0}{U} = s_1$. Вероятность отказа СТС соответствует вероятности события, когда $x_1 \geq s_1$, и определяется формулой

$$q(0,t_1) = P\left(x_1 \geq s_1\right) = \int_{t_1}^{\infty} f(x_1)\,dx_1 = \int_{t_1}^{\infty} f(x)\,dx.$$

Соответственно, вероятность безотказной работы СТС

$$P(0,t_1) = 1 - q(0,t_1) = 1 - \int_{t_1}^{\infty} f(x)\,dx.$$

Отказ на втором временном участке $\Delta t = t_2 - t_1$ произойдет при наступлении следующих двух условий:

1) $y_0 + \Delta t\left(b_0 - U x_1\right) < y_{\max}$ – на интервале времени $\left(0, t_1\right)$ отказа не произошло;

2) $y_0 + \Delta t\left(2b_0 - U(x_1 + x_2)\right) \geq y_{\max}$ – на интервале времени $\left(t_1, t_2\right)$ произошел отказ. Условия 1), 2) можно выразить через случайную величину нагрузки в следующем виде:

$$x_1 \leq s_1;\; x_1 + x_2 \geq \frac{\dfrac{y_{\max} - y_0}{\Delta t} - 2b_0}{U} = s_2.$$

Вероятность отказа на участке $\left(t_1, t_2\right)$ представляет собой вероятность одновременного выполнения условий 1) и 2) и определяется формулой

$$q\left(t_1, t_2\right) = \int_{-\infty}^{s_1} f(x_1)\,dx_1 \int_{s_2 - x_1}^{\infty} f(x_2)\,dx_2 = \int_{-\infty}^{s_1} f(x)\,dx \int_{s_2 - x_1}^{\infty} f(x)\,dx.$$

Для произвольного i-го участка времени $\left(t_{i-1},t_i\right)$ условием отказа является совместное выполнение таких событий, которые можно представить с помощью величин нагрузок на каждом интервале времени, т.е.

$x_1 < s_1$ – отсутствует отказ на интервале $\left(0,t_1\right)$;

$x_2 < s_2 - x_1$ – отсутствует отказ на интервале $\left(t_1,t_2\right)$;

$x_3 < s_3 - (x_1 + x_2)$ – отсутствует отказ на интервале $\left(t_2,t_3\right)$;

$x_i \geq s_i - \sum_{j=1}^{i-1} x_j$ – произошел отказ на интервале $\left(t_{i-1},t_i\right)$,

где $s_i = \dfrac{\dfrac{y_{\text{КР}} - y_0}{\Delta t} - i\,b_0}{U}$.

Вероятность отказа на i-м интервале времени $\left(t_{i-1},t_i\right)$ определяется выражением

$$q\left(t_{i-1},t_i\right) = \int\limits_{-\infty}^{s_1} f(x)dx \int\limits_{-\infty}^{s_2-x_1} f(x)dx \int\limits_{-\infty}^{s_3-(x_1+x_2)} f(x)dx \ldots \int\limits_{s_1-\sum_{j=1}^{i-1}x_j}^{s_1} f(x)dx. \tag{15}$$

Соответственно, вероятность безотказной работы на интервале времени $\left(0,t_i\right)$ определяется в виде

$$P\left(0,t_i\right) = 1 - \sum_{j=1}^{i} q\left(t_{j-1},t_j\right).$$

Число i на интервале Δt, на которые разбивается процесс при вычислении вероятности $P\left(0,t_i\right)$, оценивается при выбранном Δt и заданном времени $t_{\text{тр}}$ функционирования СТС как $i = t_{\tau\infty}\Delta t$. Критерий стохастического подобия процессов изнашивания исследуемых систем при их аппроксимации ступенчатым процессом с независимыми приращениями скорости износа представляется в виде

$$\pi = \sum_{j=1}^{i} q\left(t_{j-1},t_j\right) = \text{idem}.$$

С помощью выражений (14), (15) критерий подобия устанавливает взаимосвязь физических параметров и вероятностных характеристик процесса изнашивания исследуемой системы (объекта, изделия). Поскольку многомерный интеграл (15) достаточно сложно аналитически вычисляется, поэтому явную зависимость между параметрами изнашивания и требованиями по отказоустойчивости исследуемых образцов (систем, объектов, изделий устройств) целесообразно определять с помощью ПЭВМ.

Изложенная теория может применяться к любым сложным техническим системам, в том числе и робототехническим [11, 12].

Библиографический список

1. *Барлоу, Р.* Статистическая теория надежности и испытания на безотказность / Р. Барлоу, Ф. Прошан ; пер. с англ. под ред. И. А. Ушакова. – Москва : Наука, 1984.
2. *Северцев, Н. А.* Статистическая теория подобия в задачах безопасности и надежности динамических систем / Н. А. Северцев. – Москва : Радиотехника, 2016.
3. *Северцев, Н. А.* Системный анализ и моделирование безопасности / Н. А. Северцев, В. К. Дедков. – Москва : Высш. шк., 2007. – 320 с.
4. *Северцев, Н. А.* Системный анализ теории безопасности / Н. А. Северцев, А. В. Бецков. – Москва : МГУ им. М. В. Ломоносова, 2009. – 451 с.
5. *Коваленко, И. Н.* Вероятностный расчет и оптимизация / И. Н. Коваленко. – Киев : Наукова думка, 1989.

6. *Бочаров, П. П.* Теория вероятностей и математическая статистика / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. – Москва : Физматлит, 2005. – 296 с.
7. *Михайлов, В. С.* Оценки показателей надежности для безотказных испытаний, проводимых по биномиальному плану / В. С. Михайлов, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2018. – № 4. – С. 29–39.
8. *Барзилович, Е. Ю.* Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем / Е. Ю. Барзилович, В. А. Каштанов. – Москва : Сов. радио, 1971. – 272 с.
9. *Гнеденко, Б. В.* Математические методы теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – Москва : Наука, 1965. – 524 с.
10. *Рябинин, И. А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем / И. А. Рябинин. – Санкт-Петербург, 2007. – 276 с.
11. *Северцев, Н. А.* Безопасность сложных технических и робототехнических систем / Н. А. Северцев, Ю. А. Савин // Фундаментально-прикладные проблемы безопасности, живучести, надежности, устойчивости и эффективности систем : материалы III Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 110-летию со дня рождения академика Н. А. Пилюгина (4–6 июня 2019, Елец, Россия). – Елец, 2019. – С. 392–396.
12. *Бецков, А. В.* Аэромобильные комплексы для обеспечения безопасности / А. В. Бецков, И. В. Прокопьев, В. Л. Шевченко // Труды Международного симпозиума Надежность и качество. – 2019. – Т. 1. – С. 66–68.

References

1. Barlou R., Proshan F. *Statisticheskaya teoriya nadezhnosti i ispytaniya na bezotkaznost'* [Statistical theory of reliability and reliability tests]; transl. from Engl. Moscow: Nauka, 1984. [In Russian]
2. Severtsev N. A. *Statisticheskaya teoriya podobiya v zadachakh bezopasnosti i nadezhnosti dinamicheskikh sistem* [Statistical similarity theory in problems of safety and reliability of dynamical systems]. Moscow: Radiotekhnika, 2016. [In Russian]
3. Severtsev N. A., Dedkov V. K. *Sistemnyy analiz i modelirovanie bezopasnosti* [System analysis and security modeling]. Moscow: Vyssh. shk., 2007, 320 p. [In Russian]
4. Severtsev N. A., Betskov A. V. *Sistemnyy analiz teorii bezopasnosti* [A systematic analysis of the theory of security]. Moscow: MGU im. M. V. Lomonosova, 2009, 451 p. [In Russian]
5. Kovalenko I. N. *Veroyatnostnyy raschet i optimizatsiya* [Probabilistic calculation and optimization]. Kiev: Naukova dumka, 1989. [In Russian]
6. Bocharov P. P., Pechinkin A. V. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow: Fizmatlit, 2005, 296 p. [In Russian]
7. Mikhaylov V. S., Yurkov N. K. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system* [Reliability and quality of complex systems]. 2018, no. 4, pp. 29–39. [In Russian]
8. Barzilovich E. Yu., Kashtanov V. A. *Nekotorye matematicheskie voprosy teorii obsluzhivaniya slozhnykh sistem* [Some mathematical questions of the theory of complex systems maintenance]. Moscow: Sov. radio, 1971, 272 p. [In Russian]
9. Gnedenko B. V., Belyaev Yu. K., Solov'ev A. D. *Matematicheskie metody teorii nadezhnosti* [Mathematical methods of reliability theory]. Moscow: Nauka, 1965, 524 p. [In Russian]
10. Ryabinin I. A. *Nadezhnost' i bezopasnost' strukturno-slozhnykh sistem* [Reliability and safety of structurally complex systems]. Saint-Petersburg, 2007, 276 p. [In Russian]
11. Severtsev N. A., Savin Yu. A. *Fundamental'no-prikladnye problemy bezopasnosti, zhivuchesti, nadezhnosti, ustoychivosti i effektivnosti sistem: materialy III Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., posvyashch. 110-letiyu so dnya rozhdeniya akademika N. A. Pilyugina (4–6 iyunya 2019, Elets, Rossiya)* [Fundamental and applied problems of safety, survivability, reliability, stability and efficiency of systems: materials of the III International Scientific and Practical Conference, dedicated to the 110th anniversary of the birth of Academician N. A. Pilyugin (June 4-6, 2019, Yelets, Russia)]. Elets, 2019, pp. 392–396. [In Russian]
12. Betskov A. V., Prokop'ev I. V., Shevchenko V. L. *Trudy Mezhdunarodnogo simpoziuma Nadezhnost' i kachestvo* [Proceedings of the International Symposium Reliability and Quality]. 2019, vol. 1, pp. 66–68. [In Russian]

Северцев Николай Алексеевич
доктор технических наук, профессор,
главный научный сотрудник,
Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление»
Российской академии наук
(Россия, г. Москва, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2)
E-mail: severs@ccas.ru

Severtsev Nikolai Alekseevich
doctor of technical sciences, professor,
chief researcher,
Federal reseach center
"Computer Science and Management"
of the Russian Academy of Sciences
(building 2, 44 Vavilova street, Moscow, Russia)

Дарьина Анна Николаевна
кандидат физико-математических наук, доцент,
ведущий научный сотрудник,
Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление»
Российской академии наук
(Россия, г. Москва, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2)
E-mail: daryina@ccas.ru

Daryina Anna Nikolaevna
candidate of physical and mathematical sciences,
associate professor, leading researcher,
Federal reseach center
"Computer Science and Management"
of the Russian Academy of Sciences
(building 2, 44 Vavilova street, Moscow, Russia)

Образец цитирования:

Северцев, Н. А. Применение критериев подобия при ресурсной отработке сложных технических систем и изделий / Н. А. Северцев, А. Н. Дарьина // Надежность и качество сложных систем. – 2020. – № 4 (32). – С. 5–14. – DOI 10.21685/2307-4205-2020-4-1.