УДК 623.486; 519.213
doi: 10.21685/2307-4205-2025-1-15

# ПРИМЕНЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ОЦЕНКИ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КЛАССИФИКАЦИИ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

**А. В. Заяра[1], В. П. Фандеев[2]**

[1] Военный инновационный технополис «Эра», Анапа, Россия
[2] Филиал Военной академии материально-технического обеспечения
имени генерала армии А. В. Хрулева в г. Пензе, Пенза, Россия
[1] zaw1966@mail.ru, [2] fandeevVP@mail.ru

**Аннотация.** *Актуальность и цели.* С целью повышения универсальности моделирования в процессе распознавания технического состояния сложной системы предлагается решение задачи его статистической классификации. *Материалы и методы.* Принадлежность текущего состояния к определенному классу оценивается подтверждением гипотезы с использованием решающей функции на основе концепции «индуктивного поведения». *Результаты и выводы.* Подтверждение осуществляется оцениванием вероятности попадания текущих параметров объекта в двумерный параллелепипед совместной функции плотности, определенной с использованием метода ядерной оценки плотности вероятности.

**Ключевые слова**: статистическая классификация, техническое состояние, ядерная оценка плотности вероятности, решающая функция, индуктивное поведение, двумерная функция плотности

**Для цитирования**: Заяра А. В., Фандеев В. П. Применение ядерной оценки плотности вероятности для решения задачи классификации технического состояния сложных систем // Надежность и качество сложных систем. 2025. № 1. С. 117–125. doi: 10.21685/2307-4205-2025-1-15

# APPLICATION OF THE KERNEL PROBABILITY DENSITY ESTIMATE TO SOLVE THE PROBLEM OF CLASSIFICATION OF THE TECHNICAL CONDITION OF COMPLEX SYSTEMS

**A.V. Zayara[1], V.P. Fandeev[2]**

[1] Military Innovative Technopolis "ERA", Anapa, Russia
[2] Branch of the Military Academy of Logistics named after Army General A.V. Khrulev in Penza, Penza, Russia
[1] zaw1966@mail.ru, [2] fandeevVP@mail.ru

**Abstract.** *Background*. In order to increase the versatility of modeling in the process of recognizing the technical condition of a complex system, a solution to the problem of its statistical classification is proposed. *Materials and methods.* Belonging of the current state to a certain class is estimated by confirming the hypothesis using a decision function based on the concept of "inductive behavior". *Results and conclusions*. Confirmation is carried out by estimating the probability of the current parameters of the object falling into a two-dimensional parallelepiped of the joint density function, determined using the method of kernel probability density estimation.

**Keywords**: statistical classification, technical condition, kernel probability density estimate, decision function, inductive behavior, two-dimensional density function

**For citation**: Zayara A.V., Fandeev V.P. Application of the kernel probability density estimate to solve the problem of classification of the technical condition of complex systems. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems.* 2025;(1):117–125. (In Russ.). doi: 10.21685/2307-4205-2025-1-15

## Введение

Современные методы распознавания технического состояния сложных технических систем требуют применения точных статистических методов, способствующих более корректному анализу и интерпретации данных. Традиционно в рамках статистической классификации принято использовать предположение о статистической независимости диагностических признаков. Однако это допущение может привести к потере важной информации о взаимосвязях между параметрами, что, в свою очередь, негативно сказывается на достоверности распознавания технического состояния.

В данной статье рассматривается применение метода ядерной оценки плотности вероятности (в англоязычной научной литературе имеет наименование «*Kernel density estimation*, *KDE*») в рамках распознавания технического состояния сложных систем на основе статистической классификации для улучшения универсальности моделирования. В классическом представлении в качестве вероятностной модели используется многомерное гауссово распределение, основанное на допущении о независимости диагностических признаков [1]. В качестве альтернативного варианта предлагается использовать математический аппарат, позволяющий сохранить информацию о потенциальных зависимостях между контролируемыми параметрами. В частности, вместо представления многомерного распределения как произведения одномерных гауссовых распределений совместная плотность распределения определяется с помощью *KDE*-подхода, предоставляющего возможность адекватной оценки многомерных распределений.

## Материалы и методы

Решение задачи распознавания в аспекте статистической классификации предусматривает отнесение состояния объекта диагностирования к одному из классов. Условие задачи формулируется следующим образом. В ограниченный начальный период эксплуатации определяются значения параметров, которые используются в процессе контроля технического состояния:

$$\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_i, \ldots, \xi_n\}. \quad (1)$$

Каждый элемент этого множества представлен совокупностью значений диагностических параметров в конкретный момент времени $\xi_i = \xi_i(t)$. Множество $\Xi$ характеризует функцию состояния $Q(\xi)$. Формулируется предположение, что при данной совокупности параметров $\xi$ координат многомерной функции $Q(\xi)$ текущее состояние объекта относится к определенному классу, как правило, параметрическому [1]. Для этого выбирается решающая функция $\delta(\Xi)$, с помощью которой на основании статистической обработки апостериорных данных предположение подтверждается количественным аргументом – условной вероятностью.

В процессе экспериментальных исследований значения функции состояния $Q(\xi)$ приобретают случайные значения, образуют множество $\Xi$. Согласно аксиоматике А. Н. Колмогорова [2], множеству $\Xi$ соответствует пространство вероятностных исходов $\Omega$ в вероятностном пространстве $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbb{P})$, где $\Omega$ – пространство вероятностных исходов, которое содержит все возможные результаты случайного эксперимента; $\mathscr{F}$ – алгебра, состоящая из подмножеств $\Omega$, которая включает в себя все события, для которых можно определить вероятность; $\mathbb{P}$ – это вероятностная мера, которая назначает вероятности событиям из $\mathscr{F}$:

$$\mathbb{P}(\mathscr{F}) = 1. \quad (2)$$

Исходя из постулата того, что множеству $\Xi$ соответствует пространство вероятностных исходов $\Omega$ в вероятностном пространстве $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbb{P}_\xi)$, выводится следующее заключение. Пространство $\Omega$ является основанием всего вероятностного пространства, на котором определяются все его остальные элементы. Иначе говоря, в геометрической интерпретации $\Omega$ – это основание, на котором строится вся структура вероятностного пространства. Все события (элементы $\mathscr{F}$) и их вероятности (функция $\mathbb{P}$) определяются относительно этого множества исходов.

Применительно к распознаванию с использованием статистической классификации пространство вероятностных исходов $\Omega$ объединяет все возможные вариации многомерного вектора (1). На этапе обучения модели распознавания в процессе эксплуатации объекта оценивается принадлежность его текущего состояния к определенному классу в конкретный момент времени $t_i$:

$$\Xi\,(t_i) = \{\xi_1(t_i), \xi_2(t_i), \ldots, \xi_j(t_i), \ldots, \xi_n(t_i)\} \in \Omega. \quad (3)$$

Тогда $\mathscr{F}$ определяет этот факт как событие $\mathscr{F} = \mathscr{F}(\Xi\,(t_i))$, а вероятностная мера представлена апостериорной вероятностью этого события $\mathbb{P} = \mathbb{P}_\xi((\Xi\,(t_i))$.

Дальнейшее продолжение интерпретации вероятностного пространства производится в соответствии с хрестоматийными рекомендациями Б. В. Гнеденко [3], которые основываются на понятии многомерной случайной величины. При рассмотрении динамики вероятностного пространства $(\Omega, \mathscr{F}, \mathbb{P}_\xi)$

во времени фиксируется событие $e$ в конкретный момент времени $t_i$. Иначе говоря, элементарному событию $e$ поставлена в соответствие точка $n$-мерного Евклидова пространства:

$$e \sim \mathscr{F}(\xi_1),\ e \sim \mathscr{F}(\xi_1),\ \ldots,\ e \sim \mathscr{F}(\xi_n).$$

Если каждая из функций $e \sim \mathscr{F}(\xi_i)$, $i = 1\ldots n$ измерима относительно введенной в множестве случайных событий $\mathscr{F}$ вероятности, то совокупность чисел $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ является $n$-мерной случайной величиной. Следовательно, функция

$$\mathscr{F}(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = \mathbb{P}_\xi\{x_{a1} < \xi_1 < x_{b1}, x_{a2} < \xi_2 < x_{b2}, \ldots, x_{an} < \xi_n < x_{bn}\} \tag{4}$$

выступает в качестве $n$-мерной функции распределения случайного вектора $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$, где $(x_{a1}, x_{a2}, \ldots, x_{an})$ и $(x_{b1}, x_{b2}, \ldots, x_{bn})$ – векторы предельных значений (наименьших и наибольших) контролируемых параметров объекта диагностирования. Очевидно, что положение точки $\{\xi_1(t_i), \xi_2(t_i), \ldots, \xi_n(t_i)\}$ зависит от целого ряда факторов. Тогда функция (4) при такой интерпретации позволяет произвести для каждого из значений контролируемых параметров оценивание вероятности попадания рассматриваемой точки в $n$-мерный параллелепипед с ребрами параллельными осям координат по интервалам:

$$x_{a1} < \xi_1 < x_{b1},\ x_{a2} < \xi_2 < x_{b2},\ \ldots,\ x_{an} < \xi_n < x_{bn}.$$

С помощью функции распределения становится возможно определить вероятность того, что точка $\{\xi_1(t_i), \xi_2(t_i), \ldots, \xi_n(t_i)\}$ окажется в заданном, ограниченном объеме $n$-мерного пространства внутри $n$-мерного параллелепипеда.

В контексте статистической классификации, как задачи распределения вероятности по классам, следует сопоставить виды технического состояния. На основе некоторой решающей функции $\delta\big(d / \Xi(t)\big)$, которая принимает на вход данные (3) и выдает решение – значение вероятности, с которой текущее состояние объекта принадлежит к определенному классу:

$$\delta\big(d / \Xi(t_i)\big) = P\big(d = d_{C_\lambda} \mid \Xi(t) = \Xi(t_i)\big), \tag{5}$$

где $P\big(d = d_{C_\lambda} \mid \Xi(t) = \Xi(t_i)\big)$ – условная вероятность того, что в текущий момент времени $t_i$ состояние объекта характеризуется $\Xi\ (t_i)$ и принадлежит к классу $C_\lambda$. Другими словами, задача состоит в нахождении решающей функции $\delta(d)$, которую можно использовать для вынесения окончательного решения $d_i \in D$, где $D$ – пространство возможных решений.

Процедуру выбора какой-либо решающей функции в процессе распознавания текущего состояния можно охарактеризовать как «индуктивное поведение» [4], концепция которого в аспекте подбора инструментария для поиска решения (5) заключается в количественном подтверждении гипотезы о принадлежности текущего состояния к определенному классу.

Оригинальная трактовка концепции индуктивного поведения определяет [5], что «критерий статистической гипотезы является правилом индуктивного поведения». Это означает, что выбор гипотезы и принятие решения об ее истинности основывается на наблюдаемых данных и статистических методах. Далее в процессе принятия решения первым существенным шагом является установление некоторых принципов, которые должны привести к рассмотрению всех возможных решающих функций с точки зрения их соответствия целям индуктивного поведения. Как альтернатива классическому представлению решающих функций, равномерно лучшей и допустимой [4], рассматривается такая решающая функция, как проверка статистической гипотезы. Под гипотезой понимается утверждение, что неизвестное распределение $\mathscr{F}$ случайной величины $\Xi$ есть элемент данного подмножества $f \in \mathscr{F}$. При любом непустом $f \subset \mathscr{F}$ мы будем через $H_f$ обозначать гипотезу о том, что $f \in \mathscr{F}$. Задача проверки гипотезы $H_f$ является частным случаем общей задачи принятия решения. В случае проверки гипотезы $H$ пространство $D$ окончательных решений состоит из двух элементов $d_1$ и $d_2$, где $d_1$ означает решение принять гипотезу $H$, а $d_2$ – решение ее отвергнуть. Данная формулировка гармонично укладывается в рамки концепции «индуктивного поведения».

Решающая функция для определения принадлежности текущего состояния объекта в данном контексте представляет собой правило, которое на основе значений двух контролируемых параметров формирует решение о принадлежности текущего состояния к определенному классу. Эта функция строится на основе вероятностной модели, которая использует совместную функцию плотности вероятности для оценки вероятности попадания текущих значений параметров в заданные границы класса.

Для визуализации данной процедуры предлагается ограничиться всего двумя параметрами, представленными временными рядами $\xi_1(t_i)$ и $\xi_2(t_i)$. В рассматриваемом случае решающая функция $\delta\big(d / \Xi(t)\big)$ для классификации текущего состояния объекта с показателями $\Xi(t) = \big(\xi_1(t), \xi_2(t)\big)$ в зависимости от их принадлежности к классу $C_\lambda$, определяется следующим образом:

$$\delta\big(d / \Xi(t)\big) = \begin{cases} 1, \text{ при } P\big(\Xi(t) \in C_\lambda \mid \xi_1(t) = \xi_1, \xi_2(t) = \xi_2\big) \geq \theta; \\ 0, \text{ при } P\big(\Xi(t) \notin C_\lambda \mid \xi_1(t) = \xi_1, \xi_2(t) = \xi_2\big) < \theta, \end{cases} \tag{6}$$

где $\xi_1(t) = \xi_1, \xi_2(t) = \xi_2$ – текущие значения контролируемых параметров электроаппаратуры; $P\big(\Xi(t) \in C_\lambda \mid \xi_1(t) = \xi_1, \xi_2(t) = \xi_2\big)$ – апостериорная вероятность принадлежности текущих наблюдений к классу $C_\lambda$; $\theta$ – пороговое значение вероятности, определяющее границу между классами.

Определение численного показателя θ должно обеспечивать гарантированную идентификацию текущего технического состояния. Для случая, когда градацией технического состояния предусматривается несколько уровней последовательных переходов от одного класса к другому, определяется количество классов $m$ более двух ($m > 2$). С учетом (2) до начала контроля можно допустить возможность равной вероятности принадлежности текущего состояния ко всем предусмотренным классам $\mathbb{P}\big(\Xi(t_i)\big) = \dfrac{1}{m}$. Тогда целесообразно назначить для $\theta$ критерий, предполагающий значение вероятности в два раза превалирующее над вероятностью исхода с равной долей неопределенности для классов. В этом случае значение априорно должно удовлетворять неравенству $\theta > \dfrac{2}{m}$, где $m > 2$.

Формализация решающей функцией системы (6) подтверждает определение критерия статистической гипотезы, согласно которому необходимо, чтобы было ровно два возможных действия. При этом любое правило δ, предписывающее предпринимать первое действие $A$, когда выборочная точка, получающаяся в результате наблюдения (события), оказывается среди заданного набора точек, и действие $B$ (противоположное событие) – во всех других случаях, называется критерием статистической гипотезы [5].

Таким образом, итоговым показателем оценивания является значение вероятности, определенное на основе совместной функции плотности вероятности $f_\Xi(\xi_1, \xi_2)$. С учетом двумерного распределения это значение характеризует вероятность попадания текущих значений в заданный объемный параллелепипед, что соответствует принадлежности к определенному классу. Подтверждая или опровергая выдвинутое предположение, вероятность является наблюдаемым свойством любой гипотезы, которая определяет значения параметров выборочной совокупности [6].

Решающая функция (5) предполагает определение совместной функции плотности вероятности $f(\xi_1, \xi_2)$, которая описывает распределение значений этих параметров в пространстве. Значение вероятности оценивается как объем параллелепипеда $P_{C\lambda}$ с прямоугольным основанием $x_{a1} < \xi_1 < x_{b1}$, $x_{a2} < \xi_2 < x_{b2}$, стороны которого соответствуют границам значений параметров для определенного класса:

$$P\big(\Xi(t) \in C_\lambda \mid x_{a1} < \xi_1 < x_{b1}, x_{a2} < \xi_2 < x_{b2}\big) = \int_{x_{a1}}^{x_{b1}} \int_{x_{a2}}^{x_{b2}} f(\xi_1, \xi_2)\, d\xi_1 d\xi_2 . \tag{7}$$

Расчет предлагается проводить с применением *KDE*, который классифицируется как непараметрический метод, не предполагающий заранее определенной формы распределения данных. Он не использует фиксированное количество параметров (например, как в нормальном распределении среднее и дисперсию) для описания статистической модели, а позволяет самим данным определять форму распределения.

Использование произведения плотностей распределения для определения совместной плотности вероятности возможно только в случае независимых случайных величин. Это связано с тем, что независимость случайных величин подразумевает, что знание значения одной из них не дает никакой информации о значении другой.

Когда случайные величины зависимы, это простое умножение функций плотности по меньшей мере некорректно, так как изменение одной величины влияет на распределение другой. В этом случае совместная плотность вероятности должна учитывать их зависимость, и ее нельзя просто получить путем перемножения индивидуальных плотностей. Метод ядерной оценки плотности позволяет оценивать совместную плотность вероятности без предположений о форме распределения. Это особенно валидно, когда зависимость между случайными величинами сложна и не может быть описана простыми параметрическими моделями.

Учет зависимости: *KDE* использует информацию обо всех наблюдениях в выборке для оценки плотности, что позволяет учитывать зависимости между случайными величинами. Ядерная функция, применяемая к каждой точке данных, создает сглаженную оценку плотности, которая отражает структуру данных.

В процессе применения метода ядерной оценки плотности отсутствует необходимость в выдвижении конкретных гипотез о форме распределения. Для оценивания используются статистические данные с целью создания зависимости изменения плотности на основе самой структуре данных, что делает этот метод более адаптивным.

С этой целью используется ядерная функция. Для каждого элемента из статистической выборки оценка плотности рассчитывается с учетом выбранных ядерной функции $K(\bullet)$ и ширины окна или параметра сглаживания $h$, которые позволяют «сгладить» непрерывную функцию плотности (график распределения) и адаптироваться к особенностям и структуре данных. Это достигается построением для каждого элемента непрерывной кривой (ядра), а затем сложением этих кривых с целью получения единой гладкой оценки плотности. В практике *KDE* распространено несколько типов ядер (рис. 1), наиболее применяемым является Гауссово [4]. Тем не менее его применение создает слишком сглаженные оценки особенно при небольших выборках.

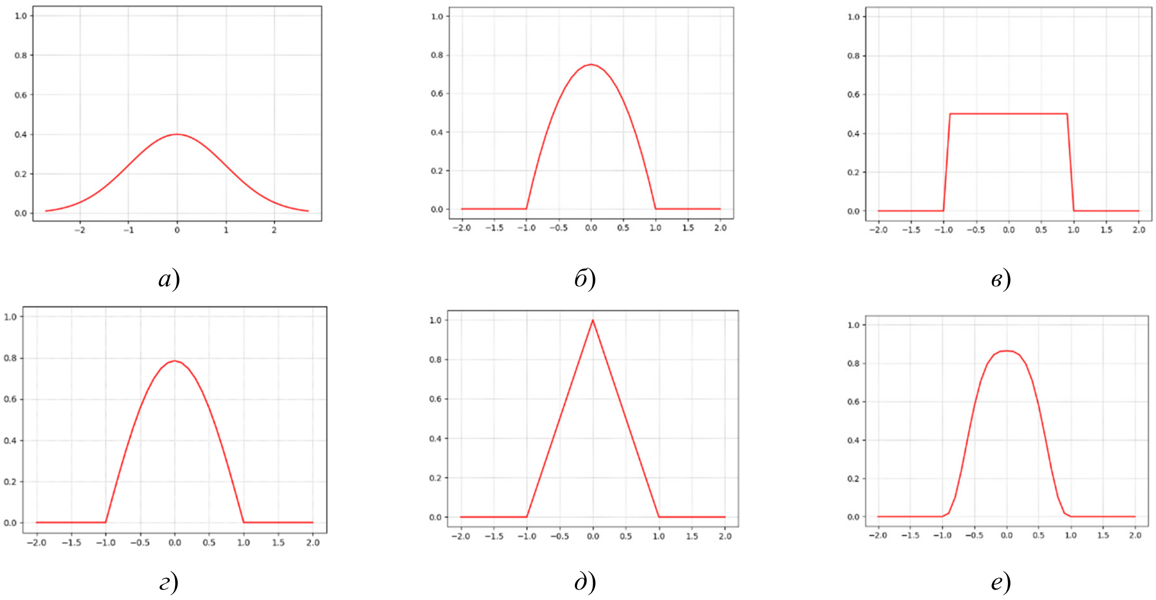

Рис. 1. Графики, поясняющие форму различных ядер:
*а* – Гауссово; *б* – Епанечниково; *в* – равномерное; *г* – косинусоидальное; *д* – треугольное; *е* – трикубическое

Ядро Епанечникова имеет более узкую форму по сравнению со стандартным ядром Гаусса, что делает его хорошим вариантом, если данные имеют «модальное» поведение и значения плотности быстро снижаются при удалении от центра [4]. Вместе с этим результат получается менее гладким по сравнению с Гауссовым.

Ядро Епаничникова задается следующим образом:

$$K_E(u) = \begin{cases} \frac{3}{4}\left(1-u^2\right), \text{ для } |u| \le 1; \\ 0, \text{ для } |u| > 1. \end{cases} \tag{8}$$

где $u = \frac{x - x_i}{h}$; $x_i$ – текущий элемент выборки.

В данном контексте параметр $u$ обычно называется нормализованным расстоянием, показывающим насколько далеко значение $x$ находится от точки $x_i$ (с учетом ширины окна). Этот параметр стандартизирует расстояние между точками, что позволяет ядру оценивать плотность в зависимости от положения точки относительно других наблюдений в выборке. Также значения $u$ используются для оценивания попадания наблюдаемой точки в подерживающую область ядра Епанечникова. Если $|u| \le 1$, ядро будет иметь ненулевое значение, в случае $|u| > 1$, ядро будет равно нулю (точка $x$ считается слишком удаленной от точки $x_i$).

Наиболее предпочтительным видится применение ядра Епанечникова для оценки плотности распределения экспериментально полученных значений контролируемых параметров объекта диагностирования по ряду причин:

1) обеспечение устойчивости к наличию нескольких экстремумов в графике плотности временных рядов контролируемых параметров, что делает его более подходящим для анализа выборки с различными всплесками;

2) хорошая способность оценивать данные с переменной плотностью распределения, которую обеспечивает узкая форма ядра Епанечникова, что делает процедуру более гибкой при оценке данных с переменной плотностью;

3) более устойчивое поведение к выбросам в данных по сравнению с гауссовым ядром, что позволяет более корректно оценивать данные при наличии неточностей и шумов.

## Результаты

Выбор ядра Епанечникова для оценивания плотности распределения экспериментально полученных значений контролируемых параметров обеспечивает более адекватное представление о данных, особенно в условиях, когда имеется несколько экстремумов. Это важно для задач, связанных с распознаванием технического состояния реальных объектов.

Помимо формы ядра другим параметром, влияющим на достоверность оценивания плотности вероятности выборки, является параметр сглаживания (ширины окна) $h$, влияющий на ширину ядра и, следовательно, на уровень сглаживания оцененной плотности. В соответствии с рекомендациями [7] оптимальный параметр сглаживания связан с объемом выборки $n$ соотношением

$$n-\frac{\left[\dfrac{\left(1+h^2\right)}{h^2}\right]^2-1}{\dfrac{\left(1+h^2\right)}{\left(1+0{,}5h^2\right)}^2-1}=0. \tag{9}$$

Параметр $h$ определяется решением уравнения (9) численными методами с учетом объема выборки.

Для случая совместного распределения можно использовать двумерное ядро, что позволяет непосредственно оценивать совместную плотность вероятности. Представление двумерной эмпирической плотности вероятности в виде

$$\hat{f}(\xi_1,\xi_2)=\frac{1}{nh^2}\sum_{i=1}^{n}K\left(\frac{\xi_1-\xi_{1i}}{h},\frac{\xi_2-\xi_{2i}}{h}\right) \tag{10}$$

также рассмотрено в работе [7].

При подстановке выражения для ядра Епанечникова (8) в выражение (10) получается зависимость для двумерной функции плотности вероятности, определенной методом *KDE*:

$$\hat{f}(\xi_1,\xi_2)=\begin{cases}\dfrac{1}{nh^2}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\frac{3}{4}\left(1-\frac{{\xi_1}^2+{\xi_2}^2}{h^2}\right), \text{если } {\xi_1}^2+{\xi_2}^2\le h^2;\\ \qquad\qquad 0, \text{ иначе.}\end{cases} \tag{11}$$

Применение встроенных библиотек *Python* [8] для реализации метода ядерной оценки плотности вероятности (*KDE*) предоставляет необходимые инструменты для визуализации и статистической классификации. Одной из ключевых библиотек, корректно реализующих метод *KDE*, является *scikit-*

*learn*, которая предлагает удобные функции для оценки плотности с различными ядрами, включая ядро Епанечникова.

Библиотека *scipy* также предоставляет функции для работы с многомерными распределениями и может быть использована в сочетании с *numpy* для выполнения необходимых математических операций. Эти библиотеки позволяют не только оценивать плотность вероятности, но и визуализировать результаты в 3*D*-формате, что значительно упрощает интерпретацию данных.

Использование библиотек *Python*, таких как *scikit-learn* и *matplotlib*, позволяет визуализировать построение поверхности двумерной плотности распределения (9), но и проводить сопутствующие расчеты. Пример двумерной полимодальной поверхности (11) в совокупности с параллелепипедом (7), объем которого численно характеризует принадлежность к статистическому классу, представлен на рис. 2.

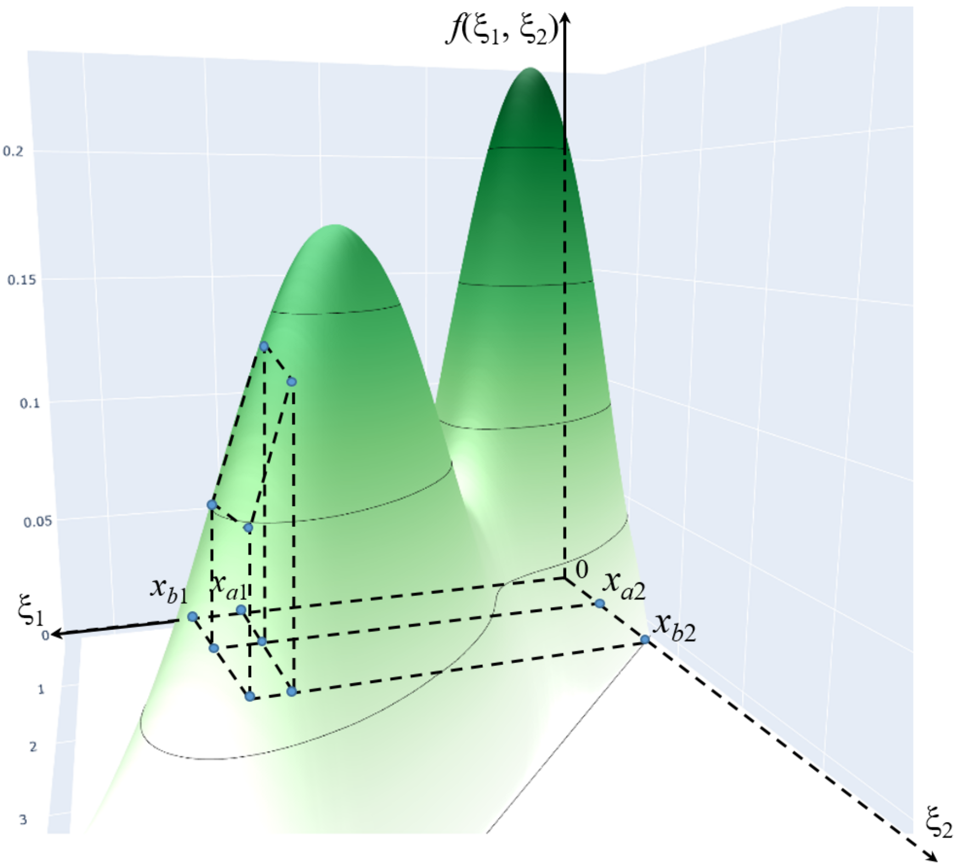


Рис. 2. Пример графика двумерной функции плотности вероятности $\hat{f}(\xi_1,\xi_2)$ с выделенным параллелепипедом

Визуализация процедуры путем построения примера поверхности распределения (11) в 3*D*-формате подтверждает универсальность моделирования (характеризует полноту отражения в модели свойств реального объекта) в процессе классификации технического состояния.

## Заключение

Таким образом, в данной статье было обосновано применение ядерной оценки плотности вероятности для решения задачи статистической классификации технического состояния сложных систем. Основное внимание уделено обоснованию выбора решающей функции, основанной на концепции «индуктивного поведения», которая учитывает как объективные, так и субъективные аспекты принятия решений в условиях неопределенности. В процессе исследования была рассмотрена проверка гипотезы о принадлежности текущего состояния системы к определенному параметрическому классу. Для этого использовалась решающая функция, которая численно оценивала вероятность попадания значений контролируемых параметров объекта в двумерный параллелепипед, заданный совместной функцией плотности, полученной с помощью метода ядерной оценки плотности вероятности.

Результаты показали, что применение *KDE* позволяет адекватно моделировать распределение параметров сложных систем и, следовательно, более корректно оценивать степень принадлежности текущего состояния реального объекта к соответствующему классу. Это, в свою очередь, способствует улучшению качества принятия решений и повышению достоверности классификации различных видов технического состояния сложных систем.

Таким образом, предложенный подход не только позволяет аргументированно подтвердить гипотезу о принадлежности текущего состояния к определенному параметрическому классу, но и демонстрирует высокую эффективность метода ядерной оценки плотности вероятности как инструмента для распознавания технического состояния сложных систем.

## Список литературы

1. Гаскаров Д. В., Голинкевич Т. А., Мозгалевский А. В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры / под ред. Т. А. Голинкевича. М. : Сов. радио, 1974. 224 с.
2. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей. 2-е изд. М. : Наука, 1974. 120 с.
3. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей : учебник. Изд. 3-е, перераб. М. : Гос. изд-во физико-математической литературы, 1961. 406 с.
4. Вальд А. Статистические решающие функции // Позиционные игры : сб. ст. / под ред. Н. Н. Воробьева, И. Н. Врублевской. М. : Наука, 1967. 524 с.
5. Нейман Е. Вводный курс теории вероятностей и математической статистики / под ред. акад. Ю. В. Линника. М. : Наука, 1968. 448 с.
6. Fisher R. A. The Logic of Inductive Inference // Journal of the Royal Statistical Society. 1935. Vol. 98, № 1. P. 39–82.
7. Епанечников В. А. Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности // Теория вероятности и ее применение. 1969. Т. 14, вып. 1. С. 153–158 // Math-Net.Ru. Общероссийский математический портал. URL: http://www.mathnet.ru/rus/agreement (дата обращения: 18.01.2025).
8. Seaborn Kdeplot. A Comprehensive Guide // Geeksforgeeks. URL: https://www.geeksforgeeks.org/seaborn-kdeplot-a-comprehensive-guide/ (дата обращения: 03.02.2025).

## References

1. Gaskarov D.V., Golinkevich T.A., Mozgalevskiy A.V. *Prognozirovanie tekhnicheskogo sostoyaniya i nadezhnosti radioelektronnoy apparatury = Forecasting the technical condition and reliability of electronic equipment*. Moscow: Sov. radio, 1974:224. (In Russ.)
2. Kolmogorov A.N. *Osnovnye ponyatiya teorii veroyatnostey. 2-e izd. = Basic concepts of probability theory. 2nd ed.* Moscow: Nauka, 1974:120. (In Russ.)
3. Gnedenko B.V. *Kurs teorii veroyatnostey: uchebnik. Izd. 3-e, pererab. = Course of probability theory : textbook. 3rd ed., revised.* Moscow: Gos. izd-vo fiziko-matematicheskoy literatury, 1961:406. (In Russ.)
4. Val'd A. Statistical decision functions. *Pozitsionnye igry: sb. st. = Positional games : collection of articles*. Moscow: Nauka, 1967:524. (In Russ.)
5. Neyman E. *Vvodnyy kurs teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistiki = Introductory course in probability theory and mathematical statistics*. Moscow: Nauka, 1968:448. (In Russ.)
6. Fisher R.A. The Logic of Inductive Inference. *Journal of the Royal Statistical Society*. 1935;98(1):39–82.
7. Epanechnikov V.A. Nonparametric estimation of multidimensional probability density. *Teoriya veroyatnosti i ee primenenie = Probability theory and its application*. 1969;14(1):153–158. (In Russ.). Available at: http://www.mathnet.ru/rus/agreement (accessed 18.01.2025).
8. Seaborn Kdeplot. A Comprehensive Guide. *Geeksforgeeks*. Available at: https://www.geeksforgeeks.org/seaborn-kdeplot-a-comprehensive-guide/ (accessed 03.02.2025).

## Информация об авторах / Information about the authors

**Андрей Владимирович Заяра**
кандидат технических наук,
старший научный сотрудник
научно-исследовательского отдела,
Военный инновационный технополис «ЭРА»
(Россия, г. Анапа, Пионерский пр-т, 41)
E-mail: zaw1966@mail.ru

**Andrey V. Zayara**
Candidate of technical sciences,
senior research fellow of the research department,
Military Innovative Technopolis "ERA"
(41 Pionersky avenue, Anapa, Russia)

**Владимир Петрович Фандеев**
доктор технических наук, профессор, преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин,
Филиал Военной академии материально-технического обеспечения имени генерала армии А. В. Хрулева в г. Пензе
(Россия, г. Пенза, Военный городок)
E-mail: fandeevVP@mail.ru

**Vladimir P. Fandeev**
Doctor of technical sciences, professor, lecturer of the sub-department of general professional disciplines,
Branch of the Military Academy of Logistics named after Army General A.V. Khrulev in Penza
(Military town, Penza, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов** /
**The authors declare no conflicts of interests.**
**Поступила в редакцию/Received** 16.10.2024
**Поступила после рецензирования/Revised** 14.11.2024
**Принята к публикации/Accepted** 25.11.2024