УДК 519.718 : 519.21 DOI 10.21685/2307-4205-2020-1-2

Н. А. Северцев, Н. К. Юрков, А. К. Гришко

К ПРОБЛЕМЕ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ НАДЕЖНОСТИ И БЕЗОПАСНОСТИ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ИНВЕРСНЫМ МЕТОДОМ

N. A. Severtsev, N. K. Yurkov, A. K. Grishko

TO THE PROBLEM OF GLOBAL PARAMETER OPTIMIZATION RELIABILITY AND SECURITY OF COMPLEX DYNAMIC SYSTEMS USING THE INVERSE METHOD

Аннотация. *Актуальность и цели*. Сложные динамические системы характеризуются множеством параметров, которые в процессе проектирования и эксплуатации изменяются, что может привести к потере надежности и безопасности системы, дополнительным расходам на поддержание их работоспособности. В процессе проектирования необходимо решить оптимизационную задачу с целью определения наилучших значений параметров системы или ее структуры. Приходится иметь дело с многоэкстремальными целевыми функциями и уравнениями большой размерности. Поиск эффективных методов нахождения глобального минимума или максимума в некоторой области конечномерного векторного пространства возможных проектных решений является актуальной задачей. Целью работы является разработка эффективного метода глобальной оптимизации в задачах построения сложных динамических систем. *Материалы и методы*. В работе использованы теория статистического синтеза сложных систем, методы поисковой оптимизации и математической статистики, а также метод формирования обратных функций. *Результаты*. Разработан принципиально новый метод решения задач глобальной оптимизации, в которых на целевую функцию не накладываются какие-либо специальные ограничения. Инверсный метод состоит в представлении варьируемых параметров в виде аппроксимирующих обратных функций, аргументом которых является значение целевой функции, которая изменяется по определенным правилам, образуя частично релаксационную последовательность. *Выводы.* Представление обратных аппроксимирующих функций позволило избежать просмотра критериальной поверхности на всем допустимом множестве, так как зондирование поверхности осуществляется лишь в направлении улучшения критерия оптимальности. Так как аппроксимирующие функции определяются ограниченным числом свободных параметров, то серьезно снижается размерность решаемых задач и снимаются ограничения на вид и особенности целе-

Abstract. *Background*. Complex dynamic systems are characterized by many parameters that change during the design and operation, which can lead to a loss of reliability and security of the system, additional costs for maintaining their performance. In the design process, it is necessary to solve the optimization problem in order to determine the best values of the system parameters or its structure. One has to deal with multi-extreme objective functions and equations of large dimension. The search for effective methods for finding a global minimum or maximum in a certain area of a finite-dimensional vector space of possible design solutions is an urgent task. The aim of the work is to develop an effective method of global optimization in the tasks of constructing complex dynamic systems. *Materials and methods*. The work uses the theory of statistical synthesis of complex systems, search engine optimization methods and mathematical statistics, as well as the method of generating inverse functions. *Results.* A fundamentally new method has been developed for solving global optimization problems in which no special restrictions are imposed on the objective function. The inverse method consists in representing variable parameters in the form of approximating inverse functions, the argument of which is the value of the objective function, which changes according to certain rules, forming partly a relaxation sequence. *Conclusions.* Representation of the inverse approximating functions made it possible to avoid viewing the criterial surface on the entire admissible set, since surface sensing is carried out only in the direction of improving the optimality criterion. Since the approximating functions are determined by a limited number of free parameters, the dimensionality of the problems to be solved is seriously reduced and the restrictions on the form and features of the objective functions are removed. The developed method is proposed to be used in the process of constructing and evaluating the reliability and safety of complex dynamic systems with variable structure and parameters.

вых функций. Разработанный метод предлагается применять в процессе построения и оценке надежности и безопасности сложных динамических систем с переменной структурой и параметрами.

Ключевые слова: многоэкстремальная функция, глобальный экстремум, обратная целевая функция, инверсная выборка.

Keywords: multi-extreme function, global extremum, inverse objective function, inverse sampling.

Введение

Развитие методов поиска глобального экстремума многомерных функций в настоящее время позволяет решать все больший спектр нелинейных задач с негладкими, многоэкстремальными функциями. Ведущее положение здесь занимают методы неравномерных покрытий и их модификации [1, 2], методы, построенные на генетических алгоритмах [3] и на нечетко-нейронных сетях [4, 5].

В данной работе рассматривается применение инверсного метода (метода построения обратных функций) к решению задач глобальной оптимизации. Многочисленные приложения в информатике показывают, что задача поиска глобального минимума становится тривиальной, если известна функция, обратная к целевой функции.

Постановка задачи

Пусть для непрерывной функции $f : R^n \to R$, ограниченной снизу $f(x) > -\infty$, ставится задача отыскания глобального минимума **на допустимом множестве** $X \subset R^n$

$$f_* = glob \min_{x \in X} f(x) = f(x_*), \tag{1}$$

здесь x_* – любая точка глобального минимума, равного f_*.

В задаче (1) исключаются функции из класса $C^0(x)$, принимающие некоторое постоянное значение ξ_0 на множестве точек X положительной меры, т.е. $m\{x : f(x) = \xi_0\} > 0$.

Определим для этой задачи множество решений X_* и множество ε – оптимальных решений X_ε [2]:

$$X_* = \{x \in X : f(x) = f_*\};$$

$$X_\varepsilon = \{x \in X : f(x) \le f_* + \varepsilon\}, \varepsilon > 0, X_\varepsilon \ne \emptyset . \tag{2}$$

Требуется найти хотя бы одну точку из множества X_ε.

Теоретическая часть

Рассмотрим простой пример функции одной переменной $J = f(x)$. Если на отрезке $[x_1, x_2]$ существует обратная функция $x = f^{-1}(J)$, то вычисляя

$$x^{(k)} = f^{-1}(J^{(k)}) \tag{3}$$

при последовательном уменьшении значений целевой функций $J^{(k)}$ и проверяя условие x, $x_{\min} \le x^{(k)} \le x_{\max}$, на некотором шаге $k = n$, найдется приближенное значение $X^{(n)}$ для аргумента целевой функции, такое, что $x^{(n)} \in X_\varepsilon$.

Как правило, обратная функция неизвестна, и тогда следует найти аппроксимирующую инверсную оценку. Так, в работах [4–6] такая оценка находится с помощью нечетко-нейронных сетей, которые играют роль аппроксимантов. В данной работе для формирования обратных функций применяется так называемый инверсный метод, который значительно проще, чем методы нейромоделирования обратных функций.

В теории статистического синтеза сложных систем [7–9] вводится понятие динамических статистических выборок, подразумевая при этом, что над статистическими выборками могут проводиться различные преобразования (операции). Эти преобразования могут быть одноразовыми или составлять некоторую последовательность, изменяющуюся по определенному алгоритму.

Направленность изменений в таких выборках определяется свойствами, которыми необходимо наделить функции, восстанавливаемые по соответствующей выборке. Одной из таких операций является операция инверсии, согласно которой формируется обратная выборка, по которой можно сформировать обратную функциональную зависимость [10–12]. Схематично операция инверсии показана на рис. 1.

Исходная n-переменная выборка объема N имеет вид

x_1	x_2	...	x_n	J

Инверсная выборка объема N определяется в виде

J	x_1	x_2	...	x_n

Рис. 1. Схема операции инверсии

Здесь J – символьное обозначение операции инверсии.

Исходная статистическая выборка строится посредством зондирования функции $f(x), x \in X \subset R^n$ N случайными испытаниями.

Как видно из схемы операции инверсии, инверсная выборка формируется простой перестановкой входных данных выборки x_1, $x_2,...,x_n$ с выходной переменной J.

Операция инверсии статистической выборки позволяет получить не только в аналитическом виде некоторое приближение к обратной функции, но в многомерном случае осуществить редукцию исходной n-мерной функции к последовательности n одномерных обратных функций

$$J = f(x_1, x_2, ..., x_n) \overset{I}{\Rightarrow} x_1 = \phi_1(J), x_2 = \phi_2(J), ..., x_n = \phi_n(J). \tag{4}$$

Обратные функции $\phi_i(J), i = \overline{1,n}$ в данном методе строятся в виде гармонического ряда

$$\phi_i(J) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{m} [a_j^{(i)} \cos(\omega_j^{(i)} \cdot J) + b_j^{(i)} \sin(\omega_j^{(i)} \cdot J)], i = \overline{1,n}; \tag{5}$$

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \phi(x_j);$$

$$a_j^{(i)} = \frac{2}{N} \sum_{l=1}^{N-1} \phi_1(j) \cos(\omega_j^{(i)} J);$$

$$b_j^{(i)} = \frac{2}{N} \sum_{l=1}^{N-1} \phi_1(J) \sin(\omega_j^{(i)} J).$$

Определение.

Обратные функции

$$\phi_i(J) = \frac{a_0}{2} + a_i \cos(\omega_i J) + b_i \sin(\omega_i J), i = \overline{1,n})$$

локально аппроксимируют функцию $f^{-1}(x)$ на множестве

$$U_{\varepsilon} = \{x \in X : p(x, x_r) \le \varepsilon\}, \varepsilon > 0,$$

если $\left|J^{(k)} - f(x_r)\right| \le \varepsilon$, при $k \to \infty$.

Теорема сходимости.

Пусть допустимая точка x_r *определяется по последовательности локально аппроксимирующих функций (5). Тогда, для того чтобы точка* x_r *была* ε*-оптимальным решением задачи (1) и на множестве X имела место оценка*

$$f(x_r) \ge f_* \ge f(x_r) - \varepsilon,$$

достаточно, чтобы процесс построения последовательности точек $\{J^{(k)}\}$ *был релаксационным, т.е.* $f(x_{k=1}) \le f(x_k), k = 0, 1, ...$

Доказательство.

Покажем, что процесс построения последовательности точек $\{J^{(k)}\}$ является релаксационным, т.е.

$$f(x_{k+1}) \le f(x_k), x_k \in X, k = 0, 1, ...$$

Координаты точки рассчитываются по обратной функции вида

$$x_i^{(k)} = \frac{a_0}{2} + a_i^{(k)} \cos(\omega_i^{(k)} J^{(k)}) + b_i^{(k)} \sin(\omega_i^{(k)} J^{(k)}), i = \overline{1, n}. \qquad (6)$$

Определим текущее рекордное значение функции $f(x)$ в виде

$$J_{\text{пред}}^{(k)} = J_{\min} - \Delta,$$

где $\Delta > 0$ – некоторая константа смещения, $J_{\min}$ – минимальное значение критерия, полученное по s статистическим испытаниям

$$J_{\min} = \min(J^{(1)}, J^{(2)}, ..., J^{(s)}).$$

Для формирования s пробных точек проводится зондирование функции $f(x)$, $x \in X \subset R^n$ s статистическими испытаниями. Зондирование осуществляется случайно сгенерированными равномерно распределенными точками в области X.

Координаты точки x_k, рассчитываемые по формуле (6), зависят от коэффициентов Фурье $a_i^{(k)}$, $b_i^{(k)}$ и частоты $\omega_i^{(k)}, i = \overline{1, n}$, которые выбираются из условия минимизации невязки

$$\delta^{(k)} = \min_{\{a_i^{(k)}, b_i^{(k)}, \omega_i^{(k)}\} \in P} \left[f(x(a_i^{(k)}, b_i^{(k)}, \omega_i^{(k)})) - J_{\text{пред}}^{(k)}\right]^2, \qquad (7)$$

где P – параллелепипед, определяемый системой параметрических ограничении

$$P = \{a_i^{(k)}, b_i^{(k)}, \omega_i^{(k)} a_{i_{\min}} \le a_i^{(k)} \le a_{i_{\max}}, b_{i_{\min}} \le b_i^{(k)} \le b_{i_{\max}}, \omega_{i_{\min}} \le \omega_i^{(k)} \le \omega_{i_{\max}}\}.$$

Решение задачи (7) осуществляется каким-либо методом локальной оптимизации.

Если $\delta^{(k)} \le \varepsilon, \varepsilon > 0$, то это означает, что рекорд еще не найден. Поэтому осуществляется переход на следующий итерационный шаг $k+1$, на котором рассчитывается новое смещение

$$J_{\text{пред}}^{(k+1)} = J_{\text{пред}}^{(k)} - \Delta \qquad (8)$$

с дальнейшим решением задачи (7).

Если $\delta^{(k)} > \varepsilon$, то это означает, что рекорд найден и начинается процесс уточнения точки x_r. Уточнение осуществляется смещением рекорда в обратном направлении в сторону увеличения критерия (для задачи минимизации) по правилу

$$J^{(k+1)}_{\text{пред}} = J^{(k)}_{\text{пред}} + \Delta f, \tag{9}$$

где приращение функции определяется в виде

$$\Delta f = \frac{J^{(k)}_{\text{пред}}}{r^{(k)}}.$$

Здесь r есть масштаб поискового шага, который выбирается из условия минимума принятого критерия оптимальности по правилу

$$r^{(k)} = \frac{a_{0r}}{2} + a_r^{(k)}\cos(\omega_r^{(k)} J^{(k)}) + b_r^{(k)}\sin(\omega_r^{(k)} J^{(k)}),$$

где $a_r^{(k)}, b_r^{(k)}, \omega_r^{(k)}$ также выбираются методом локальной оптимизации.

Пусть $f(x^{(k)})$ есть значение критерия, полученного в результате локальной оптимизации, проведенной на k-м шаге, а $f(x^{(k+1)})$ есть значение критерия, полученного на ($k+1$)-м шаге. Релаксационность $f(x_{k+1}) \le f(x_k)$ процесса построения последовательности точек $\left\{J^{(k)}\right\}$ следует из формулы (8).

Имеет место теорема [7], что если для множеств $Y \subset X \subset R^n$ и $X \setminus Y \neq 0$ и для функции $z(x)$, $z(y) = 0$ для всех $y \in Y$, существует последовательность $\{x_к\} \subset X$ такая, что

$$z(x_k) \to 0, k \to \infty,$$

и кроме того, для $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ такое, что

$$z(x_k) \ge \delta \text{ для всех } x_k \in X \setminus U_\varepsilon,$$

то $\rho(x_k, Y) \to 0, k \to \infty$.

Тогда для сходимости релаксационного процесса минимизации функции $f(x)$ на множестве X достаточно принять

$$z(x) = \left\| f'(x) \right\|^2.$$

Теорема сходимости показывает, что последовательный сдвиг критериальных оценок от некоторого, заранее принятого, рекорда приводит к релаксационному процессу построения последовательности точек {$J^{(k)}$}.

Количество итераций, необходимых для достижения глобального экстремума, во многом определяется правилом выбора масштаба поискового шага r. В рассматриваемом методе параметр r выбирается из условия минимума принятого критерия оптимальности, т.е. он включен в список варьируемых параметров, и таким образом функция f определяется как отображение

$$f \div R^{n+1} \to R.$$

Варьируемые параметры x_i, $i = \overline{1, n+1}$ выбираются, как и ранее по формуле

$$x_i^{(k)} = \frac{a_0}{2} + a_i^{(k)}\cos(\omega_i^{(k)} J^{(k)}) + b_i^{(k)}\sin(\omega_i^{(k)} J^{(k)}), i = \overline{1, n+1}.$$

Здесь вектор x зависит от следующих параметров:

$$x_i = x_i(a_i, b_i, \omega_i), i = \overline{1, n+1}.$$

Все параметры $a_i, b_i, \omega_i, i = \overline{1, n+1}$ выбираются блоком локальной оптимизации. Процесс локальной оптимизации реализован на допустимом множестве P, которое дополняется параметрическими и функциональными ограничениями:

$$X = \{x \in R^{n+1} : a_i \le x_i \le b_i, i = \overline{1,n}; g(x) \le 0_m\},$$

где $g(x): R^{n+1} \to R^m$ – непрерывная вектор-функция функциональных ограничений.

Приведем базовый вариант алгоритма метода, в котором варьируемыми параметрами в локальной оптимизации являются коэффициенты a_i, b_i и частота $\omega_i, i = \overline{1, n+1}$.

Алгоритм SIS

Входные параметры:
P – исходный параллепипед;
ε – заданная точность по целевой функции.
Выходные параметры:
x_r – рекордная точка;
J^* – значение глобального минимума.

1. Определить начальное ($k = 1$) рекордное значение критериальной функции $J^{(1)}_{\text{пред}}$.

2. Задать аргументы $x_i^{(k)}, i = \overline{1,n}$ задачи (1) в виде обратных функций, представленных тригонометрическими полиномами

$$x_i^{(k)} = \frac{a_o}{2} + a_i^{(k)} \cos(\omega_i^{(k)} J^{(k)}) + b_i^{(k)} \sin(\omega_i^{(k)} J^{(k)}), i = \overline{1,n}.$$

3. Сделать замену переменных $x_i, i = \overline{1,n}$ в критериальной функции $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ по правилу из п. 2.

4. Провести локальную оптимизацию по критерию невязки

$$\delta^{(k)} = \min_{\{a_i, b_i, \omega_i\} \in P} \left[f\left(x^{(k)}\left(a_i, b_i, \omega\right)\right) - J^{(k)}_{\text{пред}} \right]^2, i = \overline{1,n}.$$

5. Если в п. 4. найдено *s*-оптимальное решение, то перейти ко второй итерации, взяв $k = k + 1$ и приняв в качестве нового рекорда

$$J^{(k+1)}_{\text{пред}} = J^{(k)}_{\text{пред}} - \Delta,$$

где Δ – параметр метода. Перейти к п. 2.

6. Если в п. 4. ε-оптимальное решение не найдено, то это означает, что процесс определения рекорда $J^{(k)}_{\text{пред}}$ окончен и $J^{(k+1)}_{\text{пред}}$ увеличивается по правилу

$$J^{(k+1)}_{\text{пред}} = J^{(k)}_{\text{пред}} + \frac{J^{(k)}_{\text{пред}}}{r},$$

и осуществляется переход к п. 2.

Если ε-оптимальное решение найдено, то завершить работу алгоритма.

Примеры применения инверсного метода

Разработанный метод поиска глобального экстремума на основе инверсных функций был апробирован на ряде модельных задач, содержащих гладкие и негладкие целевые функции различного вида, заданных на ограниченных односвязных областях $P \subseteq R^n$, где n изменялось от 2 до 5000.

Гладкая многоэкстремальная функция. Целевая функция задана аналитическим выражением:

1. $f(x) = -\dfrac{1}{(\dfrac{x_1^2 + x_2^2}{200} - \cos(x_1) \cdot \cos(\dfrac{x_2}{\sqrt{2}}) + 2}, -100 \le x_i \le 100, i = 1,2.$

Точное решение $f_{\min} = -1, x_1 = x_2 = 0$.

SIS: $\min f = -1$, $x_1 = -4,2289 \cdot 10^{-6}, x_2 = -4,0930 \cdot 10^{-5}$.

2. $f(x) = x^2 + \sin(\exp(x^2)), x \in [-100,100], n = 1$.

SIS: $\min f = 0,526476$, при $x = 1,225289$.

3. $f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 + x_7^2 + x_8^2 - 0,1\cos(3x_1) - 0,2\cos(2x_2) - 0,2\cos(5x_3) - 0,4\cos(x_4) -$
$-0,1\cos(2x_5) - 0,2\cos(3x_6) - 0,1\cos(4x_7) - 0,1\cos(x_8),\ 0,5 \le x_i \le 1, i = \overline{1,8}$.

Точное решение: $\min f = -1,4$, при $x_i = 0, i = \overline{1,8}$.

SIS: $\min f = -1,4$, при $x_1 = -1,4478 \cdot 10^{-5}$, $x_2 = -2,1462 \cdot 10^{-5}$, $x_3 = -1,4478 \cdot 10^{-4}$, $x_4 = -1,0738 \cdot 10^{-4}$, $x_5 = -1,5543 \cdot 10^{-4}$, $x_6 = -5,4543 \cdot 10^{-6}$, $x_7 = -4,9669 \cdot 10^{-5}$, $x_8 = -1,9654 \cdot 10^{-4}$.

4. $f(x) = (4 - 2.1x_1^2 + \frac{x_1^4}{3})x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2), -100 \le x_i \le 100, i = 1,2.$

Точное решение: $\min f = -1,03628$, при $x_1 = -0,089$, $x_2 = -0,7126$.

SIS: $\min f = -1,0316$, при $x_1 = -0,089$, $x_2 = -0,7126$.

На отрезке $-1000 \le x_i \le 1000, i = 1,2$.

SIS: $\min f = -1,0274$, при $x_1 = -0,089$, $x_2 = -0,7126$.

5. $g_1 = -7\exp(-3(|x_1+1|)^{0,6} + (|x_2+1|)^{0,6})$; $g_2 = -7\exp(-2(|x_1+x_2|))$; $g_3 = -7\exp(-2.5(|x_1-1|)^{0,8} +$
$+ (|x_2-1|)^{0,8})$; $g_4 = -3\exp(-3(|x_1-2|)^{0,9} + (|x_2-2|)^{0,9})$; $f(x_1,x_2) = g_1 + g_2 + g_3 + g_4, -100 \le x_i \le 100, i = 1,2.$

SIS: $\min f = -7,533266$, при $x_1 = -1,000002, x_2 = -1,000003$.

6. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i} x_i^2, x_i \in [-100,100].$

Точное решение: $\min f = 0$, при $x_i = 0, i = \overline{1,n}$

n	Numerica	SIS
5	$f = 0,1$	$f = 1 \cdot 10^{-6}$
10	$f = 3,7$	$f = 1,3 \cdot 10^{-4}$
15	–	$f = 0,8 \cdot 10^{-2}$

7. Функция Экли

$$f(x) = -20\exp\left(-0,2\sqrt{\frac{1}{n}\sum\nolimits_{i=1}^{n} x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n}\sum\nolimits_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)\right) + 20 + \exp(1), x_i = [-33,33].$$

Точное решение: $\min f = 0$, при $x_i = 0, = \overline{1,n}$

n	Numerica	SIS
5	$f = 0,4$	$f = 1 \cdot 10^{-4}$
10	$f = 1,2$	$f = 0.6 \cdot 10^{-4}$
15	$f = 3,6$	$f = 1,4 \cdot 10^{-2}$

8. $f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2, x_i \in [-100,100].$

Точное решение: $\min f = 0$, при $x_i = 0, = \overline{1,n}$.

n	Numerica	SIS	Число итераций
5	$f = 0,4$	$f = 1 \cdot 10^{-4}$	
200	$f = 1,2$	$f = 0.6 \cdot 10^{-4}$	
3000	$f = 3,6$	$f = 1,4 \cdot 10^{-2}$	
5000	–	$f = 1,917 \cdot 10^{-2}$	80246469

Рассматривается задача минимизации функции с двумя функциональными ограничениями [2]:

$$f(x) = x_i \to \min;$$

$$g_1(x) = (x_1 - 5)^2 + 2(x_2 - 5)^2 + (x_3 - 5)^2 - 18 \le 0;$$

$$g_2(x) = 100 - (x_1 + 7 - 2x_2)^2 - 4(2x_1 + x_2 - 11)^2 - 5(x_3 - 5)^2 \le 0.$$

Данная задача решалась без введения условия целочисленности аргументов, как это сделано в работе [2].

Множество P представлено параллелепипедом $-10 \le x_i \le 10, i = 1,2,3$. Для решения данной задачи был применен метод штрафных функций

$$L = x_1 + \alpha_1 \cdot g_1^2(x) + \alpha_2 g_2^2(x),$$

где α_1, α_2 – штрафные коэффициенты, выбираемые по правилу:

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, \text{если ограничение } g_1(x) \text{ выполняется,} \\ 1, \text{ в противном случае;} \end{cases}$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} 0, \text{ если ограничение } g_2(x) \text{ выполняется,} \\ 1, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

За 18946 итераций была определена допустимая точка

$$x_* = (1.223952, 3.583859, 5.029503).$$

При этом функциональные ограничения приняли значения

$$g_1(x_*) = -5.647946, \ g_2(x_*) = -23,77913.$$

Рассматривается актуальная задача глобальной оптимизации в молекулярной биологии, размерность которой имеет порядок 6 – N, где N – количество аминокислотных остатков в полимерной цепи белка. Средний размер полимерной цепи белка составляет около 200 аминокислотных остатков и, таким образом, актуальные для молекулярной биологии оптимизационные задачи имеют размерность как минимум несколько сотен независимых степеней свободы. Такого рода задачи весьма эффективно описываются стандартной тестовой функцией с произвольно изменяемым количеством переменных и локальных минимумов, а также с известным положением глобального минимума в точке $x_i = 1, = \overline{1,n}$. Функция имеет вид

$$f(x) = \sin^2(\pi \cdot y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 (1 + 10\sin^2(\pi \cdot y_{i+1})) + (y_n 1),$$

$$y_i = 1 + \frac{(x_i - 1}{4}, -10 \le x_i \le 10, i = \overline{1,n}.$$

Данная задача была решена инверсным методом для случая 1000 переменных, n=1000, при этом были получены следующие результаты:

$$\min f = 9,030409 \cdot 10^{-5};$$

$$x_1 = 0{,}999,\ x_2 = 1{,}001,\ x_3 = 1{,}001,\ x_4 = 1{,}000,\ x_5 = 1{,}000,\ x_6 = 0{,}998,\ x_7 = 1{,}001,\ x_8 = 0{,}998,$$

$$x_{997} = 1{,}000,\ x_{998} = 0{,}998,\ x_{999} = 1{,}001,\ x_{1000} = 0{,}998.$$

Данный результат был получен за 10 804 951 итераций.

Заключение

Представление обратных аппроксимирующих функций позволило избежать просмотра критериальной поверхности на всем допустимом множестве, так как зондирование поверхности осуществляется лишь в направлении улучшения критерия оптимальности. Так как аппроксимирующие функции определяются ограниченным числом свободных параметров, то серьезно снижается размерность решаемых задач и снимаются ограничения на вид и особенности целевых функций [13–16]. Разработанный метод предлагается применять в процессе построения и оценке надежности и безопасности сложных динамических систем с переменной структурой и параметрами.

Библиографический список

1. *Евтушенко, Ю. Г.* Методы поиска глобального экстремума / Ю. Г. Евтушенко // Исследование операций. – Москва : ВЦ АНСССР. – 1974. – Вып. 4. – С. 39–68.
2. *Евтушенко, Ю. Г.* Варианты метода неравномерных покрытий для глобальной оптимизации частично-целочисленных нелинейных задач / Ю. Г. Евтушенко, М. А. Посыпкин // Доклады Академии наук. – 2011. – Т. 437, № 2. – С. 168–172.
3. *Северцев, Н. А.* Статистическая теория подобия в задачах безопасности и надежности динамических систем : монография / Н. А. Северцев. – Москва : Радиотехника, 2016. – 400 с.
4. *Курейчик, В. М.* Генетические алгоритмы: состояние искусства, проблемы и перспективы / В. М. Курейчик // Известия Академии наук. Теория и системы управления. – 1999. – № 1. – С. 144–160.
5. *Гришко, А. К.* Анализ применения методов и положений теории статистических решений и теории векторного синтеза для задач структурно-параметрической оптимизации / А. К. Гришко // Надежность и качество сложных систем. – 2016. – № 4 (16). – С. 26–34. – DOI 10.21685/2307-4205-2016-4-4.
6. *Кошур, В. Д.* Адаптивный алгоритм глобальной оптимизации на основе взвешенного усреднения координат и нечетко-нейронных сетей / В. Д. Кошур // Нейроинформатика. – 2006. – Т. 1, № 2. – С. 106–123.
7. *Рутковская, Д.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилинский, Л. Рутковский. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2004. – 454 с.
8. *Балык, В. М.* Статистический синтез проектных решений при разработке сложных систем / В. М. Балык. – Москва : Изд-во МАИ, 2011. – 280 с.
9. *Гришко, А. К.* Многокритериальный выбор оптимального варианта сложной технической системы на основе интервального анализа слабоструктурированной информации / А. К. Гришко, И. И. Кочегаров, А. В. Лысенко // Измерение. Мониторинг. Управление. Контроль. – 2017. – № 3 (21). – С. 97–107.
10. *Лапшин, Э. В.* Методы аппроксимации функций многих переменных применительно к авиационным тренажерам / Э. В. Лапшин, А. К. Гришко, И. М. Рыбаков // Надежность и качество сложных систем. – 2018. – № 1 (21). – С. 3–9. – DOI 10.21685/2307-4205-2018-1-1.
11. *Grishko, A.* Adaptive Control of Functional Elements of Complex Radio Electronic Systems / A. Grishko, N. Goryachev, N. Yurkov // International Journal of Applied Engineering Research. – 2015. – Vol. 10, № 23. – P. 43842–43845.
12. Time Factor in the Theory of Anthropogenic Risk Prediction in Complex Dynamic Systems / V. A. Ostreikovsky, Ye. N. Shevchenko, N. K. Yurkov, I. I. Kochegarov, A. K. Grishko // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 944, iss. 1. – P. 1–10. – DOI 10.1088/1742-6596/944/1/012085.
13. *Grishko, A.* Dynamic Analysis and Optimization of Parameter Control in Radio Systems in Conditions of Interference / A. Grishko, N. Goryachev, I. Kochegarov, N. Yurkov // International Siberian Conference on Control and Communications SIBCON (Moscow, Russia, May 12–14, 2016). – 2016. – P. 1–4. – DOI 10.1109/SIBCON.2016.7491674.
14. *Lysenko, A. V.* Optimizing structure of complex technical system by heterogeneous vector criterion in interval form / A. V. Lysenko, I. I. Kochegarov, N. K. Yurkov, A. K. Grishko // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 1015, iss. 4. – P. 1–6. – DOI 10.1088/1742-6596/1015/4/042032.
15. Intellectual Method for Reliability Assessment of Radio-Electronic Means / N. K. Yurkov, A. K. Grishko, A. V. Lysenko, E. A. Danilova, E. A. Kuzina // International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering APEDE 2018 (Saratov, Russian Federation, 27–28 September 2018). – 2018. – P. 105–112. – DOI 10.1109/APEDE.2018.8542360.

References

1. Evtushenko Yu. G. *Issledovanie operatsiy* [Operation research]. Moscow: VTs ANSSSR, 1974, iss. 4, pp. 39–68. [In Russian]
2. Evtushenko Yu. G., Posypkin M. A. *Doklady Akademii nauk* [Reports of the Academy of Sciences]. 2011, vol. 437, no. 2, pp. 168–172. [In Russian]
3. Severtsev N. A. *Statisticheskaya teoriya podobiya v zadachakh bezopasnosti i nadezhnosti dinamicheskikh sistem: monografiya* [Statistical similarity theory in security and reliability problems of dynamical systems: monograph]. Moscow: Radiotekhnika, 2016, 400 p. [In Russian]
4. Kureychik V. M. *Izvestiya Akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya* [Proceedings of the Academy of Sciences. Theory and control systems]. 1999, no. 1, pp. 144–160. [In Russian]
5. Grishko A. K. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system* [Reliability and quality of complex systems]. 2016, no. 4 (16), pp. 26–34. DOI 10.21685/2307-4205-2016-4-4. [In Russian]
6. Koshur V. D. *Neyroinformatika* [Neuroinformatics]. 2006, vol. 1, no. 2, pp. 106–123. [In Russian]
7. Rutkovskaya D., Pilinskiy M., Rutkovskiy L. *Neyronnye seti, geneticheskie algoritmy i nechetkie sistemy* [Neural networks, genetic algorithms, and fuzzy systems]. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2004, 454 p. [In Russian]
8. Balyk V. M. *Statisticheskiy sintez proektnykh resheniy pri razrabotke slozhnykh sistem* [Statistical synthesis of design solutions in the development of complex systems]. Moscow: Izd-vo MAI, 2011, 280 p. [In Russian]
9. Grishko A. K., Kochegarov I. I., Lysenko A. V. *Izmerenie. Monitoring. Upravlenie. Kontrol'* [Measurement. Monitoring. Management. Control]. 2017, no. 3 (21), pp. 97–107. [In Russian]
10. Lapshin E. V., Grishko A. K., Rybakov I. M. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system* [Reliability and quality of complex systems]. 2018, no. 1 (21), pp. 3–9. DOI 10.21685/2307-4205-2018-1-1. [In Russian]
11. Grishko A., Goryachev N., Yurkov N. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2015, vol. 10, no. 23, pp. 43842–43845.
12. Ostreikovsky V. A., Shevchenko Ye. N., Yurkov N. K., Kochegarov I. I., Grishko A. K. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018, vol. 944, iss. 1, pp. 1–10. DOI 10.1088/1742-6596/944/1/012085.
13. Grishko A, Goryachev N., Kochegarov I., Yurkov N. *International Siberian Conference on Control and Communications SIBCON (Moscow, Russia, May 12–14, 2016)*. 2016, pp. 1–4. DOI 10.1109/SIBCON.2016.7491674.
14. Lysenko A. V., Kochegarov I. I., Yurkov N. K., Grishko A. K. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018, vol. 1015, iss. 4, pp. 1–6. DOI 10.1088/1742-6596/1015/4/042032.
15. Yurkov N. K., Grishko A. K., Lysenko A. V., Danilova E. A., Kuzina E. A. *International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering APEDE 2018 (Saratov, Russian Federation, 27–28 September 2018)*. 2018, pp. 105–112. DOI 10.1109/APEDE.2018.8542360.

Северцев Николай Алексеевич
доктор технических наук, профессор,
главный научный сотрудник,
Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление»
Российской академии наук
(Вычислительный центр
им. А. А. Дородницына РАН)
(Россия, г. Москва, ул. Вавилова, 40)
E-mail: severs@ccas.ru

Severtsev Nikolay Alekseevich
doctor of technical sciences, professor,
chief researcher,
Federal research center
«Computer science and control» of RAS
(Dorodnitsyn computer center
of the Russian Academy of Sciences)
(40 Vavilova street, Moscow, Russia)

Юрков Николай Кондратьевич
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки РФ,
заведующий кафедрой конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: yurkov_NK@mail.ru

Yurkov Nikolay Kondratjevich
doctor of technical sciences, professor
honoured worker of science
of the Russian Federation,
head of sub-department of design
and production of radio equipment
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Гришко Алексей Константинович
кандидат технических наук, доцент,
кафедра конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: alexey-grishko@rambler.ru

Grishko Aleksey Konstantinovich
candidate of technical sciences, associate professor,
sub-department of radio equipment design
and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Образец цитирования:

Северцев, Н. А. К проблеме глобальной оптимизации параметров надежности и безопасности сложных динамических систем инверсным методом / Н. А. Северцев, Н. К. Юрков, А. К. Гришко // Надежность и качество сложных систем. – 2020. – № 1 (29). – С. 13–23. – DOI 10.21685/2307-4205-2020-1-2.