

## МЕТОД ОКОННОГО СГЛАЖИВАНИЯ И КОРРЕКЦИИ ТРАЕКТОРИИ, ЗАДАННОЙ В ВИДЕ ЗАШУМЛЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ТОЧЕК

В. Н. Белотелов

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Москва, Россия  
vbelotelov@gmail.com

**Аннотация.** Актуальность и цели. Рассматривается траектория движения объекта, представленная в виде набора последовательных GPS-координат точек. Координаты точек содержат значительную шумовую составляющую. Предлагается метод оконного сглаживания для восстановления истинной траектории, учитывающий и нейтрализующий смещение сглаженной траектории внутрь поворотов. Данный метод не требует дополнительной информации о модели движения объекта. Материалы и методы. В работе предлагается использовать оконное сглаживание для восстановления траектории движения объекта по зашумленному набору координат. При оконном сглаживании на поворотах происходит смещение сглаженной траектории внутрь поворота. Предлагается метод оценки величины и направления такого смещения для каждой сглаженной точки. Полученные значения затем используются для коррекции сглаженной траектории. Результаты и выводы. Разработанный метод успешно применяется для построения траектории движения приборов, содержащих GPS-приемник для определения собственных координат. Приведенные результаты получены на реальных данных.

**Ключевые слова:** зашумленная траектория, оконное сглаживание, коррекция сглаженной траектории, траектория GPS

**Для цитирования:** Белотелов В. Н. Метод оконного сглаживания и коррекции траектории, заданной в виде зашумленной последовательности точек // Надежность и качество сложных систем. 2024. № 4. С. 31–40. doi: 10.21685/2307-4205-2024-4-4

## A METHOD OF WINDOW FILTERING AND TRAJECTORY CORRECTION FOR A NOISY POINT SEQUENCE

V.N. Belotelov

Federal Research Center "Computer Science and Control" of the RAS, Moscow, Russia  
vbelotelov@gmail.com

**Abstract. Background.** A trajectory of a moving object is considered that is provided as a sequence of GPS point coordinates. The coordinates data contain a substantial amount of noise. A method of window filtering is proposed that takes into account and negates trajectory displacement on a turn towards the center of that turn. The method does not require any additional information concerning the motion model of the object. **Materials and methods.** It is proposed to use window filtering to reconstruct the trajectory of the moving object given a sequence of noisy GPS data. Window filtering applied to a turning trajectory displaces the trajectory towards the center of the turn. A method is proposed to evaluate the absolute value and direction of such displacement for each point. The obtained values are then used to correct each point of the smoothed trajectory. **Results and conclusions.** The proposed method was successfully applied to produce smoothed trajectories of motion for devices that use GPS receiver to get their coordinates. The results shown in the current article are based on real data.

**Keywords:** noisy trajectory, window filtering, correction of smoothed trajectory, GPS trajectory

**For citation:** Belotelov V.N. A method of window filtering and trajectory correction for a noisy point sequence. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems.* 2024;(4):31–40. (In Russ.). doi: 10.21685/2307-4205-2024-4-4

### Введение

Фильтрации данных GPS (или иной системы геопозиционирования) посвящено множество работ, поскольку сами данные GPS для гражданских приемников, которыми оснащено подавляющее большинство устройств, так или иначе связанных с геолокацией, содержат шумы, и хорошей точностью считается получение координат с ошибкой в два-три метра. Для фильтрации используются

различные способы. В настоящее время популярны исследования, связанные с привязкой GPS-приемника к дорожной сети, например, для автомобильной навигации [1]. В таких работах используется дополнительная информация о структуре дорожной сети. Также популярны методы, использующие видеинформацию с заранее известными координатами фотографий местности [2]. Такой способ геопривязки подходит для автономных роботов, которые должны передвигаться по заранее известной местности и в процессе позиционировать себя на известной карте. Задача сглаживания координат для построения уточненной траектории движения рассматривается, например, в работах [3, 4]. Однако для рассматриваемых там задач точности, получаемой при обычном оконном сглаживании, оказывается достаточно.

При сглаживании траектории самым популярным методом оказывается фильтр Калмана [5–7]. Такой фильтр требует дополнительной информации о модели движения объекта. Поскольку основной платформой, на которой применяются в быту GPS-приемники, остается мобильный телефон, многие приложения используют встроенные ИНС и с помощью фильтра Калмана уточняют координаты на основании данных с приемника.

Для получения сглаженных траекторий также используются другие методы, например, где используются различные комбинации статистических и эвристических фильтров [8].

В данной работе предлагается простой метод, основанный на оконном сглаживании траектории движения объекта. При использовании оконного сглаживания траектория на поворотах смещается внутрь поворота. Величина смещения при этом зависит от ширины окна. При более широком окне сглаженная траектория более гладкая, однако больше смещена к центру поворота относительно истинной траектории. В работе оценивается величина и направление смещения каждой траектории к центру поворота, и затем производится коррекция каждой точки для восстановления истинной траектории. Предложенный метод не требует информации о характере движения объекта и подходит для постобработки данных для таких объектов, в характере движения которых отсутствуют резкие скачки скорости или направления.

Автору неизвестны работы, где рассматривалось бы уточнение траектории подобным образом.

### Постановка задачи

Рассматривается задача геопозиционирования прибора, содержащего гражданский GPS-приемник, на местности. Прибор записывает данные, например магнитного поля, или иные физические параметры, и необходимо сопоставить координаты записанных данных с местностью. При этом такое сопоставление можно делать в постобработке, т.е. все данные о траектории движения прибора доступны в момент обработки.

Траектория движения прибора (его GPS-приемника) задается в виде последовательности точек, которые представляют собой пары GPS-координат, занесенных в файл данных в формате Градусы-минуты-доли минут. Координаты GPS сильно зашумлены, и если представить смещение как нормально распределенную случайную величину, то ее среднеквадратичное отклонение может составлять 2–3 м.

Координаты GPS в гражданском приемнике обновляются один раз в секунду. Предположим, что прибор движется равномерно. Тогда привязка координат производится через равные расстояния, соответствующие расстоянию, пройденному прибором за единицу времени, т.е. за 1 с. При реальном движении прибора, конечно, скорость его может варьировать в процессе движения, однако будем считать, что резких изменений не происходит.

Дополнительной информации о характере движения прибора нет.

При таких условиях, в отличие от определения координат в реальном времени, когда координаты «в будущем» недоступны, для сглаживания траектории движения можно пользоваться оконным фильтром. Для корректной работы такого фильтра необходимо перейти от угловых координат приемника к метрической сетке.

### Пересчет GPS-координат в XY-координаты местности

Поскольку GPS-координаты являются угловыми координатами (долгота/широта), для их преобразования в единицы длины необходимо перейти к их проекции на какую-либо карту. В данной работе использовались формулы пересчета в стандартной проекции UTM (Universal Transverse Mercator). Описание способа пересчета из угловых координат в метрические и обратно подробно представлено в работе [9], где автор ссылается на два способа пересчета, дающих приблизительно одинаковую точность, а также приводит формулы пересчета.

При обработке координат сначала преобразуем все GPS-координаты  $(lon_i, lat_i)$  к прямоугольным декартовым  $(X_i, Y_i)$ . Затем сместим начало координат таким образом, чтобы начало координат находилось в стартовой точке движения (т.е. из всех координат необходимо вычесть самую первую пару координат)

$$(x_i, y_i) = (X_i, Y_i) - (X_1, Y_1).$$

Здесь мы считаем, что нумерация координат начинается с единицы.

### Оконное сглаживание траектории на метрической сетке

Массив координат, заданный в виде  $(x_i, y_i)$ , имеет вид аналогичный представленному на рис. 1. Пусть  $L$  – длина всего массива, т.е. общее количество записей координат.

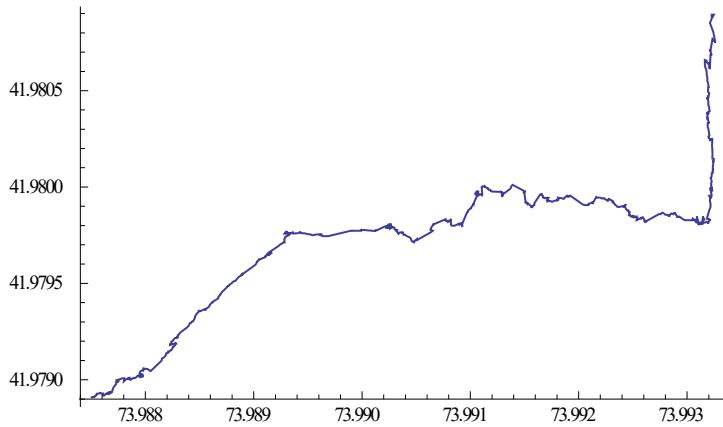


Рис. 1. GPS-координаты  $Lon, Lat$  (градусы долготы и широты)

Преобразованиями, описанными в пункте 2, получим массив координат на местности с началом в первой точке массива (в данном примере это точка справа вверху).

Для сглаживания координат будем применять оконный фильтр с окном Хэмминга. Пусть  $W$  – ширина окна сглаживания,  $W = 2N + 1$ . Тогда значения коэффициентов будут иметь вид

$$\tilde{f}_i = \alpha + (1 - \alpha) \cos \frac{2\pi i}{W}, \quad -N \leq i \leq N, \quad \alpha = 0,54. \quad (1)$$

Коэффициенты отмечены волнами, потому что их сумма не равняется единице. Для окна с единственным коэффициентом усиления сумма коэффициентов должна быть единичной, поэтому необходимо произвести нормировку:

$$f_i = \frac{\tilde{f}_i}{\sum_{k=-N}^{k=N} \tilde{f}_k}. \quad (2)$$

Можно также пользоваться другими видами окон, например, окном Блэкмана. Нормировку необходимо производить в любом случае.

При построении сглаженной траектории производится расчет точек новой траектории по старым точкам с помощью следующей формулы:

$$\tilde{x}_n = \sum_{k=-N}^{k=N} f_k x_{n+k}; \quad \tilde{y}_n = \sum_{k=-N}^{k=N} f_k y_{n+k}. \quad (3)$$

В формуле (3) при величинах  $x$  и  $y$  могут оказаться индексы, выходящие за границы исходного массива координат. В этом случае можно поступать различными способами. Один из способов заключается в том, чтобы рассчитывать сглаженные координаты для значений индекса  $N + 1 \leq n \leq L - N - 1$ .

Если необходимо получить также точки траектории, находящиеся ближе к границам диапазона, то рекомендуется доопределить массив координат  $(x_i, y_i)$  с каждой стороны  $N$  значениями, например, следующим образом (напомним, нумерация массива начинается с 1):

$$\begin{aligned} (x_{1-k}, y_{1-k}) &= 2(x_1, y_1) - (x_{1+k}, y_{1+k}) \text{ для } 1 \leq k \leq N; \\ (x_{L+j}, y_{L+j}) &= 2(x_L, y_L) - (x_{L-j}, y_{L-j}) \text{ для } 1 \leq j \leq N. \end{aligned} \quad (4)$$

После такого доопределения формула (3) будет справедлива для значений индекса  $1 \leq n \leq L$ .

Доопределение вида (4) добавляет в массив координат точки таким образом, чтобы точки с индексом  $1-k$  были симметричны соответствующим точкам с индексом  $1+k$  относительно начальной точки (с индексом 1), а точки с индексом  $L+j$  – симметричны соответствующим точкам с индексом  $L-j$  относительно конечной точки с индексом  $L$ . При таком доопределении начальная и конечная точки массива останутся на своих местах, и по мере увеличения индекса  $n$  будет вступать в силу фильтрация.

### Формулы расчета производных и векторов нормали для кривой, заданной в виде набора точек

Для дальнейшей работы потребуется вычисление первых и вторых производных, а также касательного и нормального векторов к траектории в заданной точке. Выведем приближенные формулы для вычисления производных.

#### Вычисление производных

Пусть некоторая функция  $u(x)$  задана своими значениями на последовательности точек

$$u_i = u(x_i). \quad (5)$$

Воспользуемся разложением функции  $u$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_n$ :

$$u(x_n + h) \approx u(x_n) + h \frac{du(x)}{dx} \Big|_{x=x_n} + \frac{h^2}{2} \frac{d^2u(x)}{dx^2} \Big|_{x=x_n}. \quad (6)$$

Обозначим расстояние между парами последующих точек  $x_n - x_{n-1} = h_m$ ,  $x_{n+1} - x_n = h_p$ . Здесь «*m*» – «*minus*», т.е. предыдущий шаг, а «*p*» – «*plus*» – последующий. Запишем для значений функции  $u_m = u_{n-1}$  и  $u_p = u_{n+1}$  равенство (6), сокращенное до первой производной:

$$u_p \approx u_n + h_p \frac{du}{dx} \Big|_{x=x_n}, \quad u_m \approx u_n - h_m \frac{du}{dx} \Big|_{x=x_n}. \quad (7)$$

Выражения (7) рассмотрим как уравнения относительно производной  $\frac{du}{dx}$ . Выразим эту производную из обоих уравнений, возьмем среднее значение с неизвестными коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\frac{du}{dx} \Big|_{x=x_n} \approx \left( \alpha \frac{u_p - u_n}{h_p} + \beta \frac{u_n - u_m}{h_m} \right). \quad (8)$$

Выбор коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  произведем таким образом, чтобы формула (8) имела максимальный порядок точности, по аналогии с расчетом разностных схем в работе [10]. Так, если выбрать

$$\alpha = \frac{h_m}{h_m + h_p}, \quad \beta = \frac{h_p}{h_m + h_p}, \quad (9)$$

то формула (8) будет точна на многочленах второго порядка, т.е. приближает производную в окрестности точки  $x_n$  с точностью до  $O(h^2)$ :

$$\left. \frac{du}{dx} \right|_{x=x_n} \approx \left( \frac{h_m(u_p - u_n)}{h_p(h_m + h_p)} + \frac{h_p(u_n - u_m)}{h_m(h_m + h_p)} \right). \quad (10)$$

При одинаковом шаге, т.е. если  $h_p = h_m = h$ , получаем известную формулу для приближения первой производной

$$\frac{du}{dx} \approx \frac{u_p - u_m}{2h}.$$

Для получения выражения второй производной запишем приближение по трем точкам с неизвестными коэффициентами:

$$\left. \frac{d^2u}{dx^2} \right|_{x=x_n} \approx \alpha u_m + \beta u_n + \gamma u_p. \quad (11)$$

Потребуем, чтобы приближение (11) было точно на многочленах второго порядка. Запишем для многочлена  $u = ax^2 + bx + c$  приближение (11), принимая во внимание (5):

$$\left. \frac{d^2u}{dx^2} \right|_{x=x_n} - \alpha u_m - \beta u_n - \gamma u_p = q_2 x_n^2 + q_1 x_n + q_0, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} q_0 &= -a(\alpha + \beta + \gamma) + c(\alpha h_m - \gamma h_p) - b(\alpha h_m^2 + \gamma h_p^2 - 2); \\ q_1 &= -c(\alpha + \beta + \gamma) + 2b(\alpha h_m - \gamma h_p); \\ q_2 &= -b(\alpha + \beta + \gamma). \end{aligned} \quad (13)$$

Для того, чтобы приближение было точным на всех многочленах второго порядка, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты (13) были тождественно равны нулю. Это условие приводит к системе линейных уравнений относительно коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , разрешая которую, получаем

$$\alpha = \frac{2}{h_m(h_m + h_p)}, \quad \beta = -\frac{2}{h_m h_p}, \quad \gamma = \frac{2}{h_p(h_m + h_p)}. \quad (14)$$

Таким образом, можем записать формулу для приближения второй производной

$$\left. \frac{d^2u}{dx^2} \right|_{x=x_n} \approx 2 \frac{h_p u_m - (h_m + h_p) u_n + h_m u_p}{h_m h_p (h_m + h_p)}. \quad (15)$$

Эта формулы приближает вторую производную в точке  $x = x_n$  с точностью до  $O(h^2)$ . При одинаковых значениях шага  $h_p = h_m = h$  она превращается в классическое приближение второй производной

$$\frac{d^2u}{dx^2} \approx \frac{u_p - 2u_n + u_m}{h^2}.$$

Точность при одинаковых значениях шага также повышается. Можно показать, что в этом случае формула (15) точна для многочленов третьей степени [10].

### Вычисление векторов касательной и нормали в точке

Пусть кривая задана параметрически:

$$\gamma = \{x(s), y(s)\}. \quad (16)$$

Будем считать, что  $s$  – это натуральный параметр, т.е. путь, пройденный вдоль кривой. Тогда согласно классическим формулам [11], направляющие векторы касательной к кривой  $\vec{\tau}$  и нормали к кривой  $\vec{n}$  в точке  $(x^*, y^*)$  имеют вид

$$\vec{\tau}(x^*, y^*) = \pm \left( \frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds} \right) \Big|_{x=x^*; y=y^*}; \quad \vec{n}(x^*, y^*) = \pm \left( -\frac{dy}{ds}, \frac{dx}{ds} \right) \Big|_{x=x^*; y=y^*}. \quad (17)$$

Здесь знак «+» у вектора касательной означает, что вектор направлен в сторону увеличения параметра  $s$ , а у вектора нормали, что он направлен «влево» на  $90^\circ$  относительно вектора касательной со знаком «+» (рис. 2), а знаки «-» соответствуют противоположным векторам.

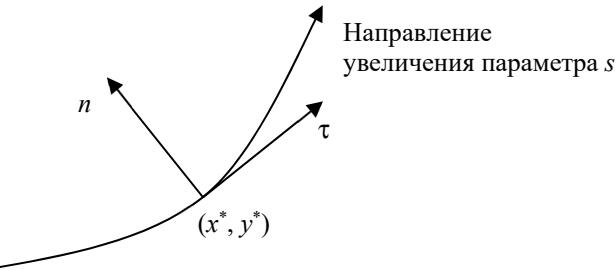


Рис. 2. Векторы касательной и нормали к кривой, заданной натуральным параметром

В случае, когда кривая задана в виде последовательности точек  $(x_i, y_i)$ , для вычисления векторов нормали  $\vec{n}_i = \vec{n}(x_i, y_i)$  и касательной  $\vec{\tau}_i = \vec{\tau}(x_i, y_i)$  воспользуемся полученными ранее формулами (10):

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_i &\approx \left( \frac{h_p(x_i - x_{i-1})}{h_m(h_m + h_p)} + \frac{h_m(x_{i+1} - x_i)}{h_p(h_m + h_p)}, \quad \frac{h_p(y_i - y_{i-1})}{h_m(h_m + h_p)} + \frac{h_m(y_{i+1} - y_i)}{h_p(h_m + h_p)} \right); \\ \vec{n}_i &\approx \left( -\frac{h_p(y_i - y_{i-1})}{h_m(h_m + h_p)} - \frac{h_m(y_{i+1} - y_i)}{h_p(h_m + h_p)}, \quad \frac{h_p(x_i - x_{i-1})}{h_m(h_m + h_p)} + \frac{h_m(x_{i+1} - x_i)}{h_p(h_m + h_p)} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь в качестве локального шага параметра  $s$  выступают

$$h_p = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}; \quad h_m = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}. \quad (19)$$

В случае, когда параметр  $s$  является натуральным, т.е. представляет собой длину пути вдоль кривой, из определения векторов нормали и касательной следует, что их длина равна единице. При вычислении этих векторов с использованием аппроксимированных формул для производных (18), в силу различных вычислительных неточностей, их длина может оказаться отличной от единицы. Рекомендуется после вычисления значений по формулам (18) провести нормировку векторов:

$$\tilde{\tau}_i = \frac{(\tau_{xi}, \tau_{yi})}{\|\vec{\tau}_i\|}, \quad \tilde{n}_i = \frac{(n_{xi}, n_{yi})}{\|\vec{n}_i\|}, \quad (20)$$

где норма вектора  $\|(*)\| = \sqrt{(*)_x^2 + (*)_y^2}$ .

### Компенсация смещения траектории на поворотах

Оконное сглаживание дает несмещенную оценку истинных координат только в том случае, если траектория движения – прямая. В случае, когда траектория имеет повороты, оценка координат точки  $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ , полученная с помощью оконного сглаживания, смещена внутрь поворота на неизвестную величину, которая зависит от истинного положения точек траектории индексами  $i - N \leq i + k \leq i + N$  (т.е. от тех точек, которые попали в окно сглаживания).

Величину смещения можно приближенно определить следующим образом.

Пусть  $\vec{r}_i^* = (x_i^*, y_i^*)$  – радиус-вектор истинной точки с индексом  $i$ ,  $\vec{r}_i = (x_i, y_i)$  – радиус-вектор точки, записанной с помощью GPS-приемника,  $\tilde{r}_i = (\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$  – координаты соответствующей точки, полученные с помощью оконного сглаживания.

Предположим, что форма сглаженной кривой не сильно отличается от формы истинной траектории. Тогда вектор нормали к истинной траектории в точке  $\vec{r}_i^*$  приблизительно равен вектору нормали к сглаженной кривой в точке  $\tilde{r}_i$ , и оба они приблизительно определяют вектор  $\vec{e}_i = \frac{\tilde{r}_i - \vec{r}_i}{\|\tilde{r}_i - \vec{r}_i\|}$ , который представляет собой единичный вектор смещения точки, возникающего в результате оконного сглаживания. Собственно, смещение тогда будет иметь вид  $\vec{\Delta}_i^* = d_i^* \vec{e}_i$ . Величина смещения  $d_i^*$  вдоль этого вектора может быть оценена как взвешенная сумма расстояний от истинных точек траектории  $\vec{r}_{i+k}^*$  до касательной к истинной траектории в точке  $\vec{r}_i^*$ , т.е.

$$d_i^* = \tilde{n}_i^* \sum_{k=-N}^{k=N} f_k (\vec{r}_{i+k}^* - \vec{r}_i^*). \quad (21)$$

Здесь коэффициенты  $f_k$  берутся те же, что и при оконном сглаживании (2). Скалярное умножение в выражении (21) дает длину проекции на направление нормали взвешенной суммы векторов, проведенных из точки  $\vec{r}_i^*$  ко всем точкам  $\vec{r}_{i+k}^*$ , участвующим в получении точки сглаженной траектории  $\vec{r}_i$ , иными словами, взвешенную сумму расстояний от точек, участвующих в расчете точки  $\vec{r}_i$  до касательной к сглаженной кривой, проходящей через эту точку. Общий вектор смещения точки, таким образом, может быть получен по формуле

$$\tilde{r}_i - \vec{r}_i^* = \vec{\Delta}_i^* = d_i^* \cdot \tilde{n}_i^*. \quad (22)$$

Вектор  $\vec{\Delta}_i^*$  есть величина, на которую смещается значение радиус-вектора  $\vec{r}_i^*$  в результате оконного сглаживания.

На практике вместо суммы (21) можно пользоваться аналогичной взвешенной суммой, построенной для сглаженной траектории:

$$d_i = \tilde{n}_i \sum_{k=-N}^{k=N} f_k (\tilde{r}_{i+k} - \tilde{r}_i). \quad (23)$$

Соответственно, вектор смещения можно получить приближенно как

$$\tilde{\Delta}_i = d_i \cdot \tilde{n}_i. \quad (24)$$

Приведенные расчеты проиллюстрированы на рис. 3. Представлена истинная траектория и кривая, полученная сглаживанием данных GPS. Сглаженная кривая смещена внутрь поворота. К сглаженной кривой построен вектор нормали (сплошной стрелкой), для сравнения рядом построен вектор нормали к истинной траектории. В общем случае их различие будет незначительно.

Таким образом, для восстановления радиус-вектора «истинной» траектории  $\vec{r}_i^*$  по точкам сглаженной траектории можно пользоваться следующим алгоритмом:

1) вычислить вектор нормали  $\tilde{n}_i$  к сглаженной кривой в точке с индексом  $i$  по формулам (18) и (20);

2) рассчитать взвешенную сумму (23) и поправку (24). Следует отметить, что произведение в формуле (23) скалярное, т.е. для двумерных векторов  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$ , а в формуле (24) – покомпонентное, т.е.  $\alpha \cdot \vec{a} = (\alpha a_1, \alpha a_2)$ ;

3) вычислить радиус-вектор точки сглаженной траектории с компенсацией смещения:

$$\tilde{\tilde{r}}_i = \tilde{r}_i - \tilde{\Delta}_i. \quad (25)$$

Поскольку знак «+» при смещении  $\tilde{\Delta}_i$  означает вектор, на который точка  $\vec{r}_i^*$  сместилась, то для компенсации этого смещения надо брать поправку с противоположным знаком.

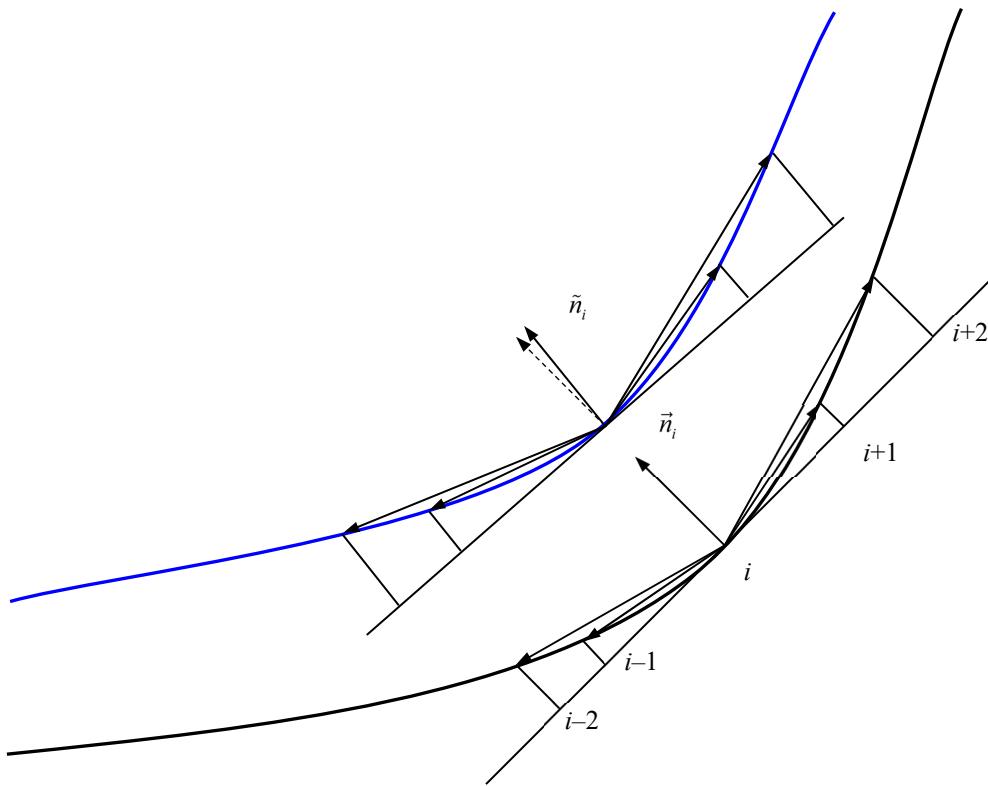


Рис. 3. Истинная траектория (нижняя кривая) и кривая, полученная по данным GPS с помощью сглаживания (верхняя кривая)

### Результаты

Значения величины смещения и результаты работы алгоритма приведены на рис. 4 и 5 (приведены данные только для части траектории, содержащей поворот).

Из рис. 4 видно, что компенсация смещения предложенным методом достигает 1,2 м (использовалось окно Хэмминга с шириной 51 точка).

При необходимости следует провести обратный пересчет координат из метрической сетки в угловые координаты [12].

#### Смещение, м

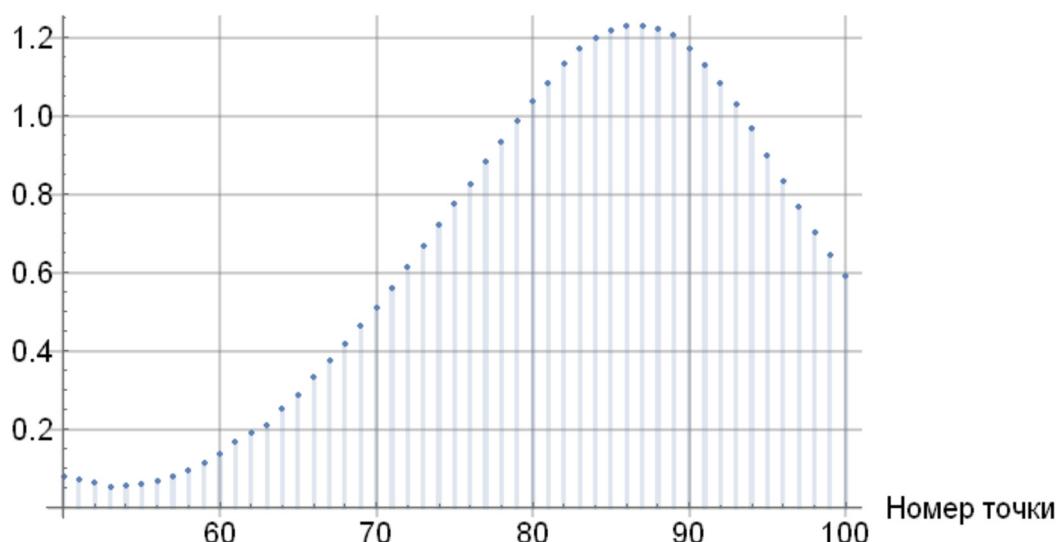


Рис. 4. Величина смещения (м), рассчитанная по предложенному методу (значения для части траектории, содержащей поворот)

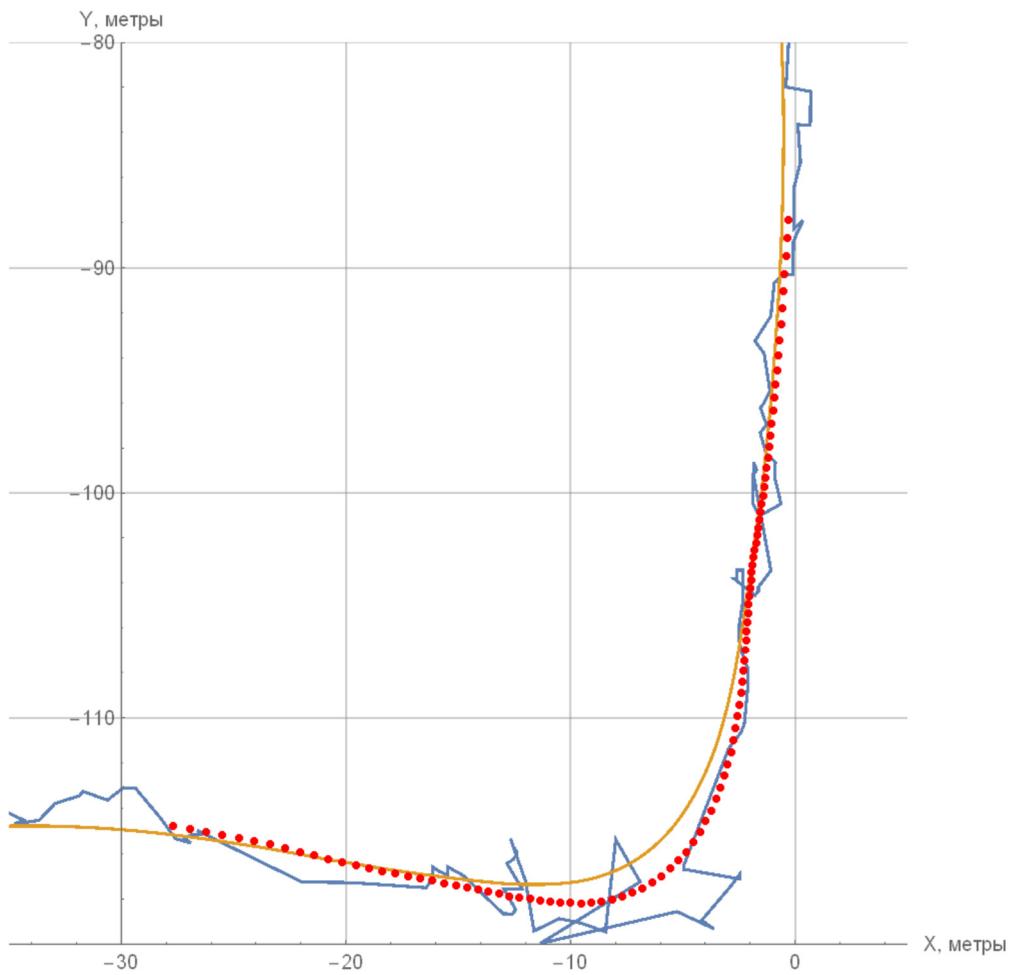


Рис. 5. Результат сглаживания траектории. Ломаная линия – исходные данные, гладкая кривая – сглаживание с применением оконного фильтра, точечная кривая – результат компенсации смещения

### Заключение

В работе предложен метод оконного сглаживания траектории движения прибора с восстановлением координат точек, смещенных внутрь поворотов траектории. При восстановлении не используется никакая информация о характере движения прибора; используется исключительно информация о свойствах окна сглаживания. Данный метод может применяться для пост-обработки траекторий приборов, использующих гражданские GPS-приемники стандартной точности, однако он применим и для других зашумленных траекторий, когда априорная информация о характере движения неизвестна.

### Список литературы

1. Chazal F., Chen D., Guibas L. J. [et al.]. Data-Driven Trajectory Smoothing // 19th International Conference on Advances in Geographic Information Systems SIGSPATIAL (Chicago, 2011).
2. Regmi Krishna, Shah Mubarak. Video Geo-Localization Employing Geo-Temporal Feature Learning and GPS Trajectory Smoothing // Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV). 2021. P. 12126–12135.
3. Захаров К. С., Савельев А. И. Сглаживание кривизны траектории движения наземного робота в трехмерном пространстве // Известия Юго-Западного государственного университета. 2020. № 24. С. 107–125. doi: 10.21869/2223-1560-2020-24-4-107-125
4. Кобец Н. М. Сглаживание траекторий данных криволинейного движения судна применительно к концепции удаленного навигационного контроля // Научно-технический сборник Российского морского регистра судоходства. 2017. № 48/49. С. 112–116.
5. Cao Y., Mao X. Improved Filtering-Smoothing Algorithm for GPS Positioning // 11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (Beijing, China). Beijing, 2008. P. 857–861. doi: 10.1109/ITSC.2008.4732683

6. Хруль С. А., Сонькин Д. А. Повышение точности позиционирования подвижных объектов на основе оригинальных методов фильтрации навигационных данных // Науковедение. 2013. Вып. 4, № 17.
7. Zhu Wenjiu, Hou Jie, Liu Zhengqiong, Ding Zhizhong. GPS Positioning Error Compensation Based on Kalman Filtering // Journal of Physics: Conference Series 1920. 2021. P. 012088. doi: 10.1088/1742-6596/1920/1/012088
8. Lin Kunhui, Xu Zhentuan, Qiu Ming [et al.]. Noise filtering, trajectory compression and trajectory segmentation on GPS data // 11th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE). 2016. P. 490–495. doi: 10.1109/ICCSE.2016.7581629
9. Dutch S. Converting UTM to Latitude and Longitude (Or Vice Versa). 2009. URL: <https://everobots.org/pdf/Converting %20UTM %20to %20Latitude %20and %20Longitude.pdf>
10. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. 632 с.
11. Погорелов А. В. Дифференциальная геометрия. М. : Наука, 1974. 174 с.
12. Roth M., Gustafsson F., Orguner U. On-road trajectory generation from GPS data: A particle filtering/smoothing application // 15th International Conference on Information Fusion. Singapore, 2012. P. 779–786.

### References

1. Chazal F., Chen D., Guibas L.J. et al. Data-Driven Trajectory Smoothing. *19th International Conference on Advances in Geographic Information Systems SIGSPATIAL*. Chicago, 2011.
2. Regmi Krishna, Shah Mubarak. Video Geo-Localization Employing Geo-Temporal Feature Learning and GPS Trajectory Smoothing. *Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision (ICCV)*. 2021:12126–12135.
3. Zakharov K.S., Savel'ev A.I. Smoothing the curvature of the trajectory of a ground robot in three-dimensional space. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta = Proceedings of the Southwestern State University*. 2020;(24):107–125. (In Russ.). doi: 10.21869/2223-1560-2020-24-4-107-125
4. Kobets N.M. Smoothing trajectory data of the curvilinear motion of a vessel in relation to the concept of remote navigation control. *Nauchno-tehnicheskiy sbornik Rossiyskogo morskogo registra sudokhodstva = Scientific and technical collection of the Russian Maritime Register of Shipping*. 2017;(48/49):112–116. (In Russ.)
5. Cao Y., Mao X. Improved Filtering-Smoothing Algorithm for GPS Positioning. *11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (Beijing, China)*. Beijing, 2008:857–861. doi: 10.1109/ITSC.2008.4732683
6. Khrul' S.A., Son'kin D.A. Improving the accuracy of positioning of moving objects based on original methods of filtering navigation data. *Naukovedenie*. 2013;4(17). (In Russ.)
7. Zhu Wenjiu, Hou Jie, Liu Zhengqiong, Ding Zhizhong. GPS Positioning Error Compensation Based on Kalman Filtering. *Journal of Physics: Conference Series 1920*. 2021:012088. doi: 10.1088/1742-6596/1920/1/012088
8. Lin Kunhui, Xu Zhentuan, Qiu Ming et al. Noise filtering, trajectory compression and trajectory segmentation on GPS data. *11th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE)*. 2016:490–495. doi: 10.1109/ICCSE.2016.7581629
9. Dutch S. *Converting UTM to Latitude and Longitude (Or Vice Versa)*. 2009. Available at: <https://everobots.org/pdf/Converting %20UTM %20to %20Latitude %20and %20Longitude.pdf>
10. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobel'kov G.M. *Chislennye metody = Numerical methods*. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2003:632. (In Russ.)
11. Pogorelov A.V. *Differentsial'naya geometriya = Differential geometry*. Moscow: Nauka, 1974:174. (In Russ.)
12. Roth M., Gustafsson F., Orguner U. On-road trajectory generation from GPS data: A particle filtering/smoothing application. *15th International Conference on Information Fusion*. Singapore, 2012:779–786.

### Информация об авторах / Information about the authors

#### Вадим Николаевич Белотелов

кандидат технических наук, научный сотрудник,  
Федеральный исследовательский центр  
«Информатика и управление» РАН  
(Россия, г. Москва, ул. Вавилова, 44)  
E-mail: vbelotelov@gmail.com

#### Vadim N. Belotelov

Candidate of technical sciences, researcher,  
Federal Research Center "Computer Science  
and Control" of the RAS  
(44 Vavilova street, Moscow, Russia)

**Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов /**

**The author declares no conflicts of interests.**

**Поступила в редакцию/Received 05.09.2024**

**Поступила после рецензирования/Revised 12.10.2024**

**Принята к публикации/Accepted 19.10.2024**