УДК 658.562
doi:10.21685/2307-4205-2021-3-5

ХАРАКТЕРИСТИКА СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА В ЗАДАЧАХ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ЭНТРОПИЙНОГО АНАЛИЗА СИСТЕМ

А. В. Полтавский[1], А. А. Тюгашев[2], Н. К. Юрков[3]

[1] Институт проблем управления имени В. А. Трапезникова РАН, Москва, Россия
[2] Самарский государственный технический университет, Самара, Россия
[3] Пензенский государственный университет, Пенза, Россия
[1] avp57avp@yandex.ru, [2] tau797@mail.ru, [3] yurkov_NK@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Настоящее время характеризуется интенсивным развитием средств информатизации общества, повсеместным внедрением цифровых систем и компьютерных технологий с поддержкой принятия управленческих решений. В этих основных направлениях разработка множества информационных моделей и программных средств связаны с исследованием, моделированием различных систем при учете случайных возмущений. Учет случайных факторов сегодня необходим и распространяется на многоуровневые, многосвязные и иерархические системы. *Материалы и методы*. В статье приводится подход к обучению информационному моделированию случайного процесса и один из аспектов в прикладных задачах выработки новых знаний (тезауруса), прежде всего, для многофункциональных информационно-измерительных управляющих систем и многоканальных систем позиционирования объектов. *Результаты и выводы.* Приведенные положения могут быть полезны в обучении студентов естественнонаучного и математического профиля основным положениям в теории вероятностей, для проектирования и построения информационно-аналитических систем информационного моделирования.

Ключевые слова: геоинформационная система, винеровский процесс, плотность вероятности, марковский процесс, информационная энтропия

Для цитирования: Полтавский А. В., Тюгашев А. А., Юрков Н. К. Характеристика случайного процесса в задачах компьютерного моделирования и энтропийного анализа систем // Надежность и качество сложных систем. 2021. № 3. С. 41–47. doi:10.21685/2307-4205-2021-3-5

CHARACTERISTICS OF A RANDOM PROCESS IN PROBLEMS OF COMPUTER MODELING AND ENTROPY ANALYSIS OF SYSTEMS

A.V. Poltavskiy[1], A.A. Tyugashev[2], N.K. Yurkov[3]

[1] V. A. Trapeznikov Institute of Management Problems of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
[2] Samara State Technical University, Samara, Russia
[3] Penza State University, Penza, Russia
[1] avp57avp@yandex.ru, [2] tau797@mail.ru, [3] yurkov_NK@mail.ru

Abstract. *Background*. The present time is characterized by the intensive development of the means of informatization of society, the widespread introduction of digital systems and computer technologies with support for managerial decision-making. In these main directions, the development of a variety of information models and software tools is associated with the study, modeling of various systems taking into account random disturbances. Accounting for random factors is necessary today and extends to multi-level, multi-connected and hierarchical systems. *Materials and methods*. The article presents an approach to teaching information modeling of a random process and one of the aspects in applied problems of developing new knowledge (thesaurus), primarily for multifunctional information and measurement control systems (IIUS) and multi-channel object positioning systems. *Results and conclusions*. The given provisions can be useful in teaching students of the natural science and mathematical profile the basic provisions in probability theory, for the design and construction of information and analytical systems (IAS) of information modeling.

Keywords: geoinformation system, Wiener process, probability density, Markov process, information entropy

For citation: Poltavskiy A.V., Tyugashev A.A., Yurkov N. K. Characteristics of a random process in problems of computer modeling and entropy analysis of systems. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh sistem = Reliability and quality of complex systems.* 2021;(3):41–47. (In Russ.). doi:10.21685/2307-4205-2021-3-5

Введение

Система образования в мире опирается, прежде всего, на знания и технологии, в том числе информационные. В России она также связана с определенными этапами своего развития и ведет свое начало еще от времен Петра I. В те времена стали появляться первые обоснования к описанию многих процессов в прикладных задачах с позиций теории вероятностей. Так, в 1821 г. профессор Харьковского университета А. Ф. Павловский в своем научном докладе вводит свое понятие к термину и слову «вероятность» [1]: «как отношение между числом первых случаев и числом всех возможных есть мера возможности». Немного позже в Харьковском университете исчисление по теории вероятностей начал читать профессор Е. И. фон Бейер, который был учеником М. В. Остроградского. Сам же М. В. Остроградский читал (1858 и 1859 гг.) лекции по теории вероятностей слушателям-артиллеристам. Также в начале 1843 г. в учебные программы для академии Генерального штаба России введен новый теоретический курс «Приложение теории вероятностей к вычислению астрономических наблюдений», который читал профессор А. Н. Савич, а в Московском государственном университете основные положения по теории вероятностей были изложены (в конце 1843 г.) профессором Н. Е. Зерновым. Вероятностные курсы в университете своими корнями уходят к деятельности заведующего кафедрой Андрея Николаевича Колмогорова. Многие годы студентам университета им читался курс теории вероятностей и основ математической статистики. Далее этот курс был расширен и дополнен еще одним вводным модулем в теорию случайных процессов, который назывался «Теория вероятностей, математическая статистика и введение в теорию случайных процессов». Немного позже, под руководством нашего отечественного ученого Б. В. Гнеденко, теоретический курс уточняется и уже содержит три основных блока: «Теория вероятностей», «Математическая статистика» и «Теория случайных процессов». Далее подобные курсы получили свое развитие в других научных и образовательных организациях, но именно эти этапы составляют базовую платформу «стохастических» и «вероятностных» подходов к оценкам многих процессов в деятельности человека. На основе решения этих задач анализа систем, прежде всего, сложных процессов, явлений и накопленного опыта мы можем в итоге определить основные направления дальнейшего развития данной теории и строить эффективные методики профессиональной подготовки обучающихся, при разработке содержательных основ для обучения информационному моделированию случайных процессов, а также «видеть» и понимать их значимость, практическую направленность в современных «вероятностных» условиях [1–5]. Разработка и исследование моделей реальных объектов (процессов и явлений) является одним из основных методов научного познания окружающего нас действительного мира. Например, задача обучения студентов информационному моделированию с учетом этих процессов, явлений и анализа систем может быть решена лишь в том случае, когда научно обоснованные информационные модели объектов займут свое соответствующее место непосредственно в самом содержании обучения и будут изучаться явно, с использованием соответствующей терминологии, с разъяснением сущности понятий информационной модели и информационного моделирования, прежде всего, как процесса. Покажем один из подходов и некоторые примеры выкладок для него.

Построение информационной модели случайного процесса

Известно [1, 2], что в теории случайных процессов важное место занимают, прежде всего, марковские случайные процессы, которые наиболее часто применяются в компьютерном (имитационном) моделировании систем. В настоящее время в практике научных исследований и информационного моделирования объектов, например в робототехнике, транспорте, «беспилотниках» для геоинформационных систем и другое, без учета случайной составляющей процесса уже обойтись нельзя. Особенно это обстоятельство следует учитывать в практике принимаемых зашумленных сигналов от глобальных информационных систем в целях позиционирования, контроля и управления различными объектами. Основные положения из теории для марковского случайного процесса обобщаются и на совокупность наблюдаемых сигналов $Y_1(t), ..., Y_n(t)$ с приемников для современных навигационных глобальных спутниковых систем Глонасс/GPS в задачах определения передачи сообщений и координат местоположения объекта, которые рассматриваем как компоненты n-мерного векторного процесса $Y(t)$. Сам случайный векторный процесс таких сигналов с приемников навигационных спутников Глонасс/GPS $Y(t)$ условно здесь принимается таким, чтобы при непрерывном изменении аргумента t за любой малый промежуток времени Δt, а компоненты $Y_i(t)$

изменялись на величину порядка $\sqrt{\Delta t}$ и все траектории были непрерывны с вероятностью единица в обычном смысле для понятия о непрерывности самой функций. Покажем это. Считаем, что большие изменения компонент для рассматриваемого случайного процесса маловероятны, а конечные скачки имеют нулевую вероятность, а также в некоторые последовательные моменты времени $t_1 < t_2 < ... < t_m$, взятые в некотором интервале для существования рассматриваемого процесса, будут известны значения в виде [1–3]

$$Y_1(t_1), ..., Y_n(t_1); ...; Y_1(t_m), ..., Y_n(t_m).$$

Рассмотрим совокупность значений многомерного случайного процесса в моменты времени t_{h-1}, t_h при $t_{h-1} < t_h : Y_1(t_{h-1}),...,Y_n(t_{h-1}); Y_1(t_h),...,Y_n(t_h).$ Из теории вероятностей нам уже известно [1], что многомерный случайный процесс является марковским, если закон распределения системы случайных величин $Y_1(t_h),...,Y_n(t_h)$, вычисленный при условии, что известны значения $t = t_{h-1} Y_1(t_{h-1}),...,Y_n(t_{h-1}),$ и не зависит от того, какие значения сами случайные функции $Y_1(t),...,Y_n(t)$ принимали их в моменты времени, предшествовавшие моменту времени для t_{h-1}. Сформулированное выше положение выражается формулой, которая принимает вполне определенный вид записи для скалярного аргумента [1–5]

$$\begin{gathered} f(y_1(t_h),...,y_n(t_h) \,|\, y_1(t_1),...,y_n(t_1);...;y_1(t_{h-1}),...,y_n(t_{h-1})] \equiv \\ \equiv f(y_1(t_h),...,y_n(t_h) \,|\, y_1(t_{h-1}),.... \equiv y_n(t_{h-1})). \end{gathered} \tag{1}$$

Вышеприведенную формулу представим для векторного аргумента в принятой форме

$$f(y(t_h) \,|\, y(t_1),...,y(t_{h-1})) = f(y(t_h) \,|\, y(t_{h-1})).$$

Из теории вероятностей также следует, что исчерпывающей характеристикой для многомерного (как векторного) случайного марковского процесса, подобно тому, как это имеет место и для одномерного процесса, является вторая функция к плотности вероятности, т.е.

$$f_2(y(t_1), y(t_2)) = f_2(y_1(t_1),...,y_n(t_1); y_1(t_2),...,y_n(t_2)), \tag{2}$$

первая функция плотности вероятности $f_1(y(t_1))$, а также и функция вероятности перехода $f(y(t_2) \,|\, y(t_1))$ определяются выражениями для общепринятого их вида

$$\begin{gathered} f_1(y(t_1)) = f_1(y_1(t_1),...,y_n(t_1)), \\ f(y(t_2) \,|\, y(t_1)) = f(y_1(t_2),...,y_n(t_2) \,|\, y_1(t_1),...,y_n(t_1)). \end{gathered} \tag{3}$$

Функции $f_1(y(t_1))$ и $f(y(t_2) \,|\, y(t_1))$ выражаются через $f_2(y(t_1), y(t_2))$ в следующем виде:

$$f_1(y(t_1)) = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y(t_1), y^*(t_2)) dy^*,$$

$$f(y(t_2) \,|\, y(t_1)) = \frac{f_2(y(t_2), y(t_1))}{f_1(y(t_1))}. \tag{4}$$

Условная функция плотности вероятности $f(y(t_2) \,|\, y(t_1))$ в многомерном процессе неотрицательна и нормирована к единице, как и для одномерного, и обращается в дельта-функцию при совпадении моментов во времени, т.е. $t_1 = t_2 = t$:

$$f(y^*(t) \,|\, y(t)) = \delta(y^* - y) = \delta(y_1^* - y_1)...\delta(y_n^* - y_n). \tag{5}$$

Плотность вероятности перехода $f(y(t_2) \,|\, y(t_1))$ для многомерного марковского случайного процесса удовлетворяет интегральному уравнению Смолуховского – Колмогорова – Чепмена при наблюдении сообщения в моделируемом диапазоне времени $t_1 < t' < t_2$:

$$f(y(t_2) \,|\, y(t_1)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y(t_2) \,|\, y'(t')) f(y'(t') \,|\, y(t_1)) dy'. \tag{6}$$

Уравнение (6) получается путем простого обобщения на многомерный векторный процесс для уравнения Маркова и на основании общепринятого соотношения [1, 2, 6]

$$f_h(y(t_1),...,y(t_h)) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{h+1}(y(t_1),...,y(t_h),y'(t'))dy'.$$

Применив эту формулу непосредственно для $h = 2$ и полагая, что процесс $t_1 < t' < t_2$:

$$f_2(y(t_1),y(t_2)) = \int_{-\infty}^{\infty} f_3(y(t_1),y'(t')y(t_2))dy', \tag{7}$$

и подставляя в эту формулу выражения для плотностей вероятности случайного процесса

$$\begin{gathered} f_2(y(t_1),y(t_2)) = f_1(y(t_1))f(y(t_2)\big|y(t_1)), \\ f_3(y(t_1),y'(t'),y(t_2)) = f_1(y(t_1))f(y(t_2)\big|y'(t'))f(y'(t')\big|y(t_1)), \end{gathered} \tag{8}$$

получим

$$f_1(y(t_1))f(y(t_2)\big|y(t_1)) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(y(t_1))f(y(t_2)\big|y'(t'))f(y'(t')\big|y(t_1))dy'. \tag{9}$$

Для многомерного марковского непрерывного процесса вводятся соответствующие две характеристические функции. Функции при *n*-мерном случайном марковском процессе $Y(t)$ для векторного аргумента $\lambda(\lambda_1,...,\lambda_n)$ записываются в следующем общепринятом виде:

$$g_1(\lambda,t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda^T y} f_1(y,t)dy,$$

$$g(\lambda,t\big|y',t') = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda^T y} f(y,t\big|y',t')dy, \tag{10}$$

где $\lambda^T y$ – скалярное произведение векторов λ и y. Так как многомерные плотности вероятности являются интегрируемыми в бесконечных пределах неотрицательными функциями, то существует преобразование Фурье, определяющее эти функции через соответствующие характеристические функции, они представляют

$$f_1(y,t) = \frac{1}{(2\pi)^n}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\lambda^T y} g_1(\lambda,t)d\lambda, \tag{11}$$

$$f(y,t\big|y',t') = \frac{1}{(2\pi)^n}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\lambda^T y} g(\lambda,t\big|y',t')d\lambda.$$

Отметим, что характеристические функции векторных случайных функций обладают теми же свойствами, как и для одномерных случайных процессов. Если в *n*-мерном векторном аргументе часть компонент полагать равными нулю, то получим характеристическую функцию случайного векторного процесса уменьшенного порядка в виде [3, 4, 6, 7]

$$g_1(\lambda_1,...,\lambda_m,0,...,0,\lambda_n,t) = g_1(\lambda_1,...,\lambda_m,\lambda_n,t).$$

На векторные марковские процессы обобщаются формулы, которые выглядят так [9]:

$$g_1(\lambda,t) = 1 + \sum_{k=1}^{n} i\lambda_k M\left[Y_k(t)\right] + \frac{1}{2!}\sum_{k,\ell=1}^{n} i^2\lambda_k\lambda_\ell M\left[Y_k(t)Y_\ell(t)\right] + \frac{1}{3!}\sum_{k,\ell,r=1}^{n} i^3\lambda_k\lambda_\ell\lambda_r M\left[Y_k(t)Y_\ell(t)Y_r(t)\right] + ...,$$

$$\begin{gathered} g(\lambda,t\big|y',t') = 1 + \sum_{k=1}^{n} i\lambda_k M\left[Y_k(t)\big|y'\right] + \frac{1}{2!}\sum_{k,\ell=1}^{n} i^2\lambda_k\lambda_\ell M\left[Y_k(t)Y_\ell(t)\big|y'\right] + \\ + \frac{1}{3!}\sum_{k,\ell,r=1}^{n} i^3\lambda_k\lambda_\ell\lambda_r M\left[Y_k(t)Y_\ell(t)Y_r(t)\big|y'\right] + ..., \end{gathered} \tag{12}$$

где $M\left[Y_k(t)Y_\ell(t)...\right]$ – начальные моменты, а $M\left[Y_k(t)Y_\ell(t)...\middle|y'\right]$ – условные начальные моменты случайного векторного процесса $Y(t)$ [10].

Многомерный непрерывный марковский случайный процесс так же, как и одномерный, может быть полностью описан *локальными* характеристиками. Этими локальными характеристиками являются условные математические ожидания, а также условные корреляционные моменты приращений компонент $Y_k(t)$ марковского случайного процесса при изменении аргумента на малый диапазон моделируемого времени Δt:

$$\begin{gathered}\Delta m_k(y,t) = M\left[Y_k(t+\Delta t) - Y_k(t)\middle|y,t\right] = A_k(y,t))\Delta t + 0(\Delta t),\\ \Delta m_{kl}(y,t) = M\left[(Y_k(t+\Delta t) - Y_k(t))(Y_l(t+\Delta t) - Y_l(t))\middle|y,t\right] = B_{kl}(y,t)\Delta t + 0(\Delta t), \qquad (k,l = 1,2,...),\end{gathered} \tag{13}$$

где $A_k(y,t)$ – компоненты вектора $A(y,t)$ и $B_{kl}(y,t)$ – компоненты матрицы $B(y,t)$ – являются непрерывными функциями, рассматриваемыми вместе со своими производными. Условные моменты $\Delta m_{klr}, \Delta m_{klrs},...$ выше второго имеют порядок малости $0(\Delta t)$ более Δt в соответствии с определением для непрерывного марковского случайного процесса.

С помощью введенных локальных характеристик для многомерного марковского случайного процесса запишем условную характеристическую функцию приращений $\Delta Y(t)$ для процесса $Y(t)$ за время наблюдения Δt:

$$g_{\Delta y}(\lambda, t+\Delta t|y,t) = 1 + \sum_{k=1}^{n} i\lambda_k \Delta m_k(y,t) + \frac{1}{2!}\sum_{k,l=1}^{n} i^2\lambda_k\lambda_l\Delta m_{kl}(,t) + \frac{1}{3!}\sum_{k,l,r=1}^{n} i^3\lambda_k\lambda_l\lambda_r\Delta m_{klr}(y,t) + ..., \tag{14}$$

где $\Delta m_k(y,t) = M\left[\Delta Y_k(t)\middle|y\right]$ – условные моменты первого порядка приращений $\Delta Y_k(t)$ координат, Δm_{kl}, Δm_{klr} и т.д. – условные моменты высших порядков приращений для координат.

Изложенный подход и алгоритм в информационном моделировании многомерного марковского (нормально распределенного) процесса может рассматриваться как характеризующий процесс блуждания векторов положения координат и скорости центра масс подвижного и неподвижного объекта, например робота в результате обработки сигналов с *n*-приемников спутниковой глобальной информационной системы Глонасс/GPS в составе из объектов транспортной геоинформационной системы (ГИС), которые расположены по его периметру. Для анализа информационного процесса уравнения следует рассматривать как векторные, а компоненты данного векторного и условно винеровского процесса принимаются условно независимыми. Для каждой из компонент можно повторить соответствующие выкладки из соответствующего диффузионного процесса. В результате предлагаемого подхода в информационном моделировании, например, первая плотность вероятности для двумерного векторного случайного и марковского процесса принимает следующий общепринятый вид [5, 9]:

$$f_1(y_1, y_2, t) = \frac{1}{2\pi G t} e^{-\frac{y_1^2 + y_2^2}{2Gt}}. \tag{15}$$

Моделируемая интенсивность *G* процесса в формуле (15) связана непосредственно с корреляционной функцией и спектральной плотностью сигнала, представляет связь по мощности сигнала и относится непосредственно к выбранному диапазону с полосой частот к анализу его характеристик в условиях помех. Отметим то, что теперь путем несложных преобразований можно перейти к расчету информационной энтропии и оценки процесса, т.е. найти количество информации $H(Y_1, Y_2)$. Как правило, информационную энтропию в практических задачах информационных конструкций удобно выражать через двоичные логарифмы, т.е. единицей измерения для информационной энтропии служит один двоичный знак (от англ. *binare digit*).

Заключение

Современные цифровые и информационные технологии, развитие средств информатизации и накопленный базис научно-практических исследований тесно связаны с основными положениями из теоретико-вероятностных и логико-содержательных методов исследования, прежде всего, вероятностных систем различной природы. Среди множества компьютеризированных технологий, предварительного анализа, как правило, технических объектов особое место отводится разработкам информационных моделей [8–10] и действующих алгоритмов в составе компьютеризированных информационно-аналитических систем ИАС для подготовки принятия управленческих решений ЛПР. Разработка методик для обучения к построению информационной модели с учетом случайных факторов в исследованиях системы, например, системы, непосредственно связанной с позиционированием различных объектов с учетом случайных факторов, имеет своей целью сформировать определенный взгляд на обследуемый объект, дополнить его теоретико-вероятностное и практическое представление к формированию моделируемых сигналов, подготовить свои предложения о направлении исследований с пониманием сущности физического процесса и явлений при разработке, как правило, инновационной продукции. Как еще ранее отмечал наш известный отечественный ученый, академик В. С. Пугачев [2]: «Любое измерение всегда сопровождается случайной ошибкой (и случайной величиной), так как абсолютных точных измерений не существует в природе». Такой же позиции придерживались Е. С. Вентцель [7]: «Строго говоря…случайные возмущения присущи любому процессу» и другие ученые. Следует также отметить, что в теории информации, в теории связи и управлении, а также в информатике и практике построения различных информационных систем, моделей для объектов, часто сигнал (как и сообщение) представляют в виде двух слагаемых – детерминированная известная часть (полезный сигнал) и случайная составляющая (помеха). Эти базовые позиции являются фундаментальными и на сегодняшний день. Марковские процессы присущи практически всем разработкам и являются основой к информационным моделям в современном информационном обществе. Они, как правило, используются в современных информационных системах ИАС, в компьютеризированных системах подготовки принятия решений и других, представляют собой общепризнанный взгляд ученых на окружающий нас действительный мир и проявляются в системах различной природы.

Список литературы

1. Колмогоров А. Н. О статистических методах в теории вероятностей // Успехи математических наук. 1938. Вып. 5. С. 5–41.
2. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М. : Наука, 1962.
3. Пугачев В. С. Нормальные стохастические системы // ДАН СССР. 1973. Т. 208, № 3.
4. Стратанович Р. Л. Условные марковские процессы и их применение к тории оптимального управления. М. : МГУ, 1966.
5. Казаков И. Е., Гладков Д. И. Методы оптимизации стохастических систем. М. : Наука, 1987.
6. Казаков И. Е., Мальчиков С. В. Анализ стохастических систем в пространстве состояний. М. : Наука, 1983.
7. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей. М. : Наука, 1969. 390 с.
8. Полтавский А. В. Управление безопасностью движения беспилотного ЛА // Датчики и системы. 2008. № 9. С. 4–8.
9. Полтавский А. В., Юрков Н. К. Модификация модели системы управления подвижным объектом // Надежность и качество сложных систем. 2014. № 1. С. 65–70.
10. Полтавский А. В. Модель измерительной системы в управлении БЛА // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2009. № 10. С. 73–77.

References

1. Kolmogorov A.N. About statistical methods in the theory of probabilities. *Uspekhi matematicheskikh nauk = Advances in mathematical Sciences*. 1938;(5):5–41. (In Russ.)
2. Pugachev V.S. *Teoriya sluchaynykh funktsiy i ee primenenie k zadacham avtomaticheskogo upravleniya = Theory of random functions and its application to problems of automatic control*. Moscow: Nauka, 1962. (In Russ.)
3. Pugachev V.S. Normal stochastic system. *DAN SSSR = Reports of the Academy of Sciences of the USSR*. 1973;208(3). (In Russ.)
4. Stratanovich R.L. *Uslovnye markovskie protsessy i ikh primenenie k torii optimal'nogo upravleniya = Conditional Markov processes and their application to the theory of optimal control*. Moscow: MGU, 1966. (In Russ.)
5. Kazakov I.E., Gladkov D.I. *Metody optimizatsii stokhasticheskikh system = Methods of optimization of stochastic systems*. Moscow: Nauka, 1987. (In Russ.)
6. Kazakov I.E., Mal'chikov S.V. *Analiz stokhasticheskikh sistem v prostranstve sostoyaniy = Analysis of stochastic systems in the state space*. Moscow: Nauka, 1983. (In Russ.)

7. Venttsel' E.S., Ovcharov L.A. *Teoriya veroyatnostey = Probability theory*. Moscow: Nauka, 1969:390. (In Russ.)
8. Poltavskiy A.V. Traffic safety management of unmanned aircraft. *Datchiki i sistemy = Sensors and systems*. 2008;(9):4–8. (In Russ.)
9. Poltavskiy A.V., Yurkov N.K. Modification of the model of the control system of a mobile object. *Nadezhnost' i kachestvo slozhnykh system = Reliability and quality of complex systems*. 2014;(1):65–70. (In Russ.)
10. Poltavskiy A.V. Model of a measuring system in the control of a UAV. *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyay-ushchie sistemy = Information-measuring and control systems*. 2009;(10):73–77. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Александр Васильевич Полтавский
доктор технических наук, ведущий научный сотрудник,
Институт проблем управления
имени В. А. Трапезникова РАН
(Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, 65)
E-mail: avp57avp@yandex.ru

Aleksandr V. Poltavskiy
Doctor of technical sciences, leading researcher,
V. A. Trapeznikov Institute of Management Problems
of the Russian Academy of Sciences
(65 Profsoyuznaya street, Moscow, Russia)

Андрей Александрович Тюгашев
доктор технических наук, доцент,
профессор кафедры вычислительной техники,
Самарский государственный технический университет
(Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244)
E-mail: tau797@mail.ru

Andrey A. Tyugashev
Doctor of technical sciences, associate professor,
professor of sub-department of computer technology,
Samara State Technical University
(244 Molodogvardeyskaya street, Samara, Russia)

Николай Кондратьевич Юрков
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель науки РФ,
заведующий кафедрой конструирования
и производства радиоаппаратуры,
Пензенский государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)
E-mail: yurkov_NK@mail.ru

Nikolay K. Yurkov
Doctor of technical sciences, professor,
the honoured worker of science
of the Russian Federation,
head of sub-department
of radio equipment design and production,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов /
The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию/Received 29.05.2021
Поступила после рецензирования/Revised 30.06.2021
Принята к публикации/Accepted 14.09.2021