

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ РЭС

А. С. Жумабаева, А. В. Затылкин, И. И. Кочегаров

### *Введение*

Изделия современной радиоэлектронной промышленности относятся к сложным наукоемким изделиям, к которым предъявляются высокие требования по физическим и эстетическим показателям, закладываемые на этапах жизненного цикла.

Применение методов математического моделирования дает возможность проводить исследования физических процессов, протекающих в конструкциях и их элементах, и определять на этапе проектирования их динамические характеристики, которые, в свою очередь, являются основой для прогнозирования поведения изделия в заданных условиях эксплуатации [1–4].

Поэтому разработка математической модели прогнозирования динамических характеристик стержневых элементов конструкций РЭС и программного обеспечения на ее основе является актуальной научно-практической задачей.

### *1. Анализ имеющихся аналогов*

В настоящее время существует различное программное обеспечение по моделированию внешних механических воздействий на конструкции бортовых радиоэлектронных средств. Наиболее распространенными являются:

- программы «Balka» и «Beam» для расчета однопролетных статически определимых и многопролетных статически неопределенных 1D балок (стержней) Евгения Токарева [3]. Крайнее обновление на данный момент – сентябрь 2011 г.;
- программа «Полюс» компании MechCad Sofware [4]. «Полюс» позволяет проводить анализ статически определимых и неопределенных плоских конструкций. Струит эпюры продольных и поперечных усилий, крутящих моментов, перемещений узлов;
- конечно-элементное моделирование (например, ANSYS). При этом с относительной легкостью можно получить численное решение практически любой стержневой системы, но вот обрабатывать полученные результаты – весьма сложно. Кроме того, стоимость конечно-элементных программ очень высока.

Подводя итог анализа существующих программ моделирования воздействия внешних нагрузок на статические и динамические параметры стержней и стержневых конструкций можно сказать, что все они ориентированы на проведение расчетов для строительных сооружений и мало пригодны для проведения расчетов в области электроники [1, 2, 5]. Кроме того, наиболее функциональные программы не бесплатны.

Основным недостатком является построение АЧХ конструкции на основе результатов модального анализа, проводимого на различных частотах, что, во-первых, очень долго, а, во-вторых, есть возможность пропуска той или иной резонансной частоты [5, 6].

Таким образом, следует сделать следующий вывод: разработка программы имитационного моделирования АЧХ стержневых конструкций бортовых РЭС, свободной от указанных недостатков, является актуальной задачей.

### *2. Математический аппарат*

Стержневые конструкции могут совершать различные колебания. Для определения амплитуд, механических напряжений в элементах стержневых конструкций в процессе эксплуатации рассмотрим уравнение их движения при вынужденных колебаниях. Изгибные колебания в стержне описываются однородным уравнением

$$EJ \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где  $\omega(x, t)$  – смещение точек стержня перпендикулярно упругой оси;  $E$  – модуль Юнга;  $J$  – момент инерции сечения относительно оси, перпендикулярной плоскости изгиба;  $\rho$  – плотность материала;  $S$  – площадь поперечного сечения стержня.

Обозначая изгибную жесткость стержня как  $C_s = EJ$ , учтем потери энергии при колебаниях в виде диссипативной силы, пропорциональной скорости деформации и в правую часть добавим внешнюю силу  $F(x, t)$ , возбуждающую колебания и приложенную в точках крепления. Тогда уравнение вынужденных изгибных колебаний стержня запишется в виде

$$C_s \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \eta \frac{\partial}{\partial t} C_s \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} = F(x, t), \quad (2)$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкости материала.

В соответствии с методом конечных разностей заменим сплошной стержень совокупностью дискретных элементов с шагом разбиения по оси  $x$ , равным  $h_x$ . Массу каждого дискретного элемента сосредоточим в его центре – узле, лежащем на оси  $x$ ; силы взаимодействия между дискретными элементами заменим упругими связями между узлами. Получим геометрическую дискретную модель стержня, состоящую из  $n$  узлов, соединенных упругими связями.

Заменив первую производную по времени в левой части (2) ее разностным аналогом и полагая, что  $L(\omega) = \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4}$ , запишем его в виде

$$C_s L(\omega)_t + \frac{\eta}{\tau} [C_s L(\omega)_t - C_s L(\omega)_{t-\tau}] = -\rho S \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где  $\tau$  – шаг дискретизации по времени, а сила  $F(x, t)$  учитывается в начальных условиях.

Раскрыв скобки и сгруппировав подобные члены (3), получим

$$-\left[ \frac{(1+\frac{\eta}{\tau})C_s}{\rho S} L(\omega)_t - \frac{\eta C_s}{\rho S} L(\omega)_{t-\tau} \right] = \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Учитывая, что вторая производная от перемещения по времени есть ускорение  $a$  узла, запишем (4) в виде  $a = \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}$  и, заменив вторую производную по времени разностным аналогом, получим

$$-\tau^2 a = \omega_x(t+\tau) - 2\omega_x(t) + \omega_x(t-\tau).$$

Преобразуем (4) к виду явного разностного уравнения:

$$-\tau^2 a + 2\omega_x(t) - \omega_x(t-\tau) = \omega_x(t+\tau),$$

которое, будучи дополнено граничными и начальными условиями, образует явную разностную схему, которая в сочетании с геометрической моделью дает расчетную модель стержня, достаточно просто реализуемую на ПК.

### 3. Алгоритмическая и программная реализация

Структурный состав программы позволяет пользователю ввести данные, необходимые для проведения расчетов, просмотреть результаты и сохранить их в файл.

Основная программа должна содержать перечень всех используемых модулей и несколько исполняемых операторов, обеспечивающих создание нужных окон и связь программы с Windows. Работоспособность программы обеспечивается кодом, содержащимся в раздельных модулях. Код процедур и функций располагается в исполняемой части модуля, которая может быть скрыта от пользователя.

Порядок выполнения этапов указывается стрелками, соединяющими блоки. Геометрические фигуры размещаются сверху вниз и слева направо. Нумерация блоков производится в порядке их размещения в схеме.

Алгоритмическое обеспечение разработанной программы показано на рис. 1. Представленный алгоритм содержит циклические структуры (циклические алгоритмы). Циклическое описание многократно повторяемых процессов значительно снижает трудоемкость написания программ.

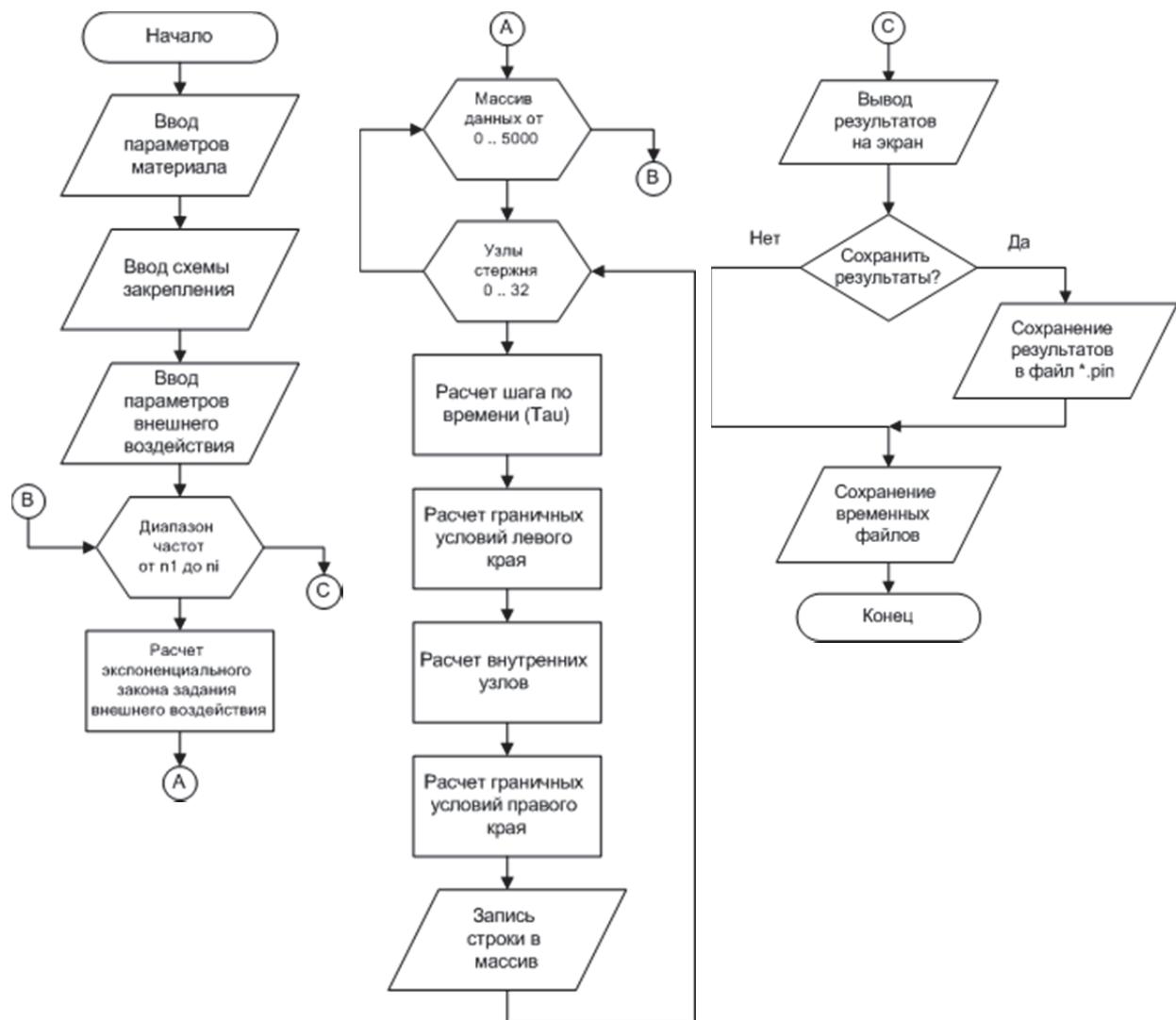


Рис. 1. Алгоритмическое обеспечение программы

Порядок выполнения операторов соответствует решению математических уравнений и соответствует предложенной структурной схеме программы.

Несмотря на то, что интерфейсы непрерывно совершенствовались в течение двух десятилетий, опубликованы руководства по созданию интерфейсов и созданы средства их разработки, проблема совершенствования интерфейсов пользователя с учетом более глубоких познаний менталитета и психологии пользователя является актуальной. Тем более что проблема разработки однопользовательских интерфейсов еще не решена, а если индивидуальное взаимодействие с некоторой системой не проходит для пользователя легко и комфортно, то в результате этот недостаток будет негативно отражаться на качестве работы всей системы, независимо от того, насколько она хороша в других своих проявлениях.

С учетом рассмотренных положений разработки интерфейса информационных систем предложен интерфейс программы имитационного моделирования АЧХ стержневых конструкций бортовых РЭС, показанный на рис. 2.

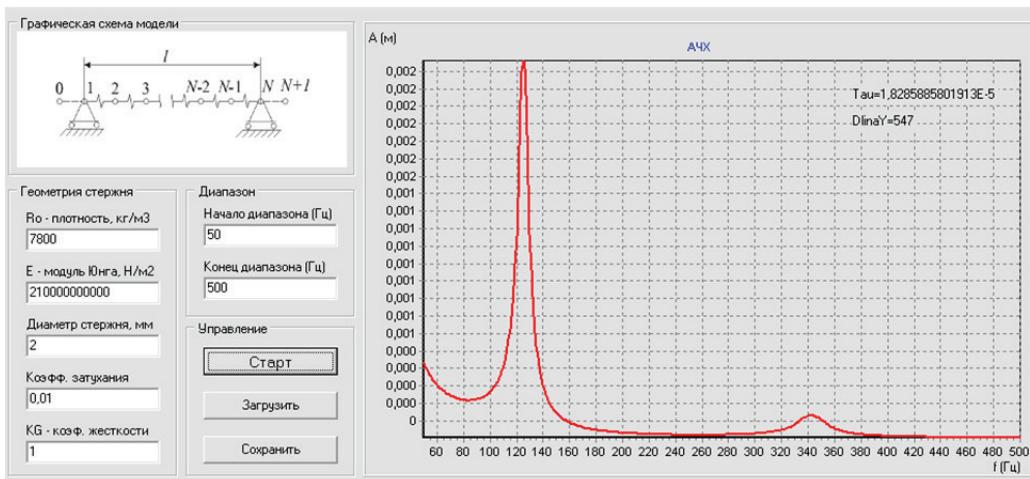


Рис. 2. Интерфейс программы имитационного моделирования АЧХ стержневых конструкций бортовых РЭС

#### 4. Инженерная методика работы с программным обеспечением

Постоянное усложнение технических систем вызывает необходимость проведения их анализа с целью совершенствования функционирования и повышения эффективности. В США это обстоятельство было осознано еще в конце 70-х гг., когда BBC США предложили и реализовали Программу интегрированной компьютеризации производства ICAM (ICAM – Integrated Computer Aided Manufacturing), направленную на увеличение эффективности промышленных предприятий посредством широкого внедрения компьютерных (информационных) технологий.

Реализация программы ICAM потребовала создания адекватных методов анализа и проектирования производственных систем и способов обмена информацией между специалистами, занимающимися такими проблемами. Для удовлетворения этой потребности была разработана методология IDEF, позволяющая исследовать структуру, параметры и характеристики производственно-технических и организационно-экономических систем.

В настоящее время методология IDEF отражена в стандарте ГОСТ Р 50.1.028-2001. Предложенная методика работы с программой имитационного моделирования представлена в виде диаграммы IDEF0 на рис. 3. Последовательность выполняемых действий состоит из задания параметров материала и схемы закрепления, задания параметров внешнего воздействия, проведения моделирования конструкции в заданном диапазоне частот, сохранения полученных результатов и проведения анализа полученных динамических параметров моделируемой конструкции.

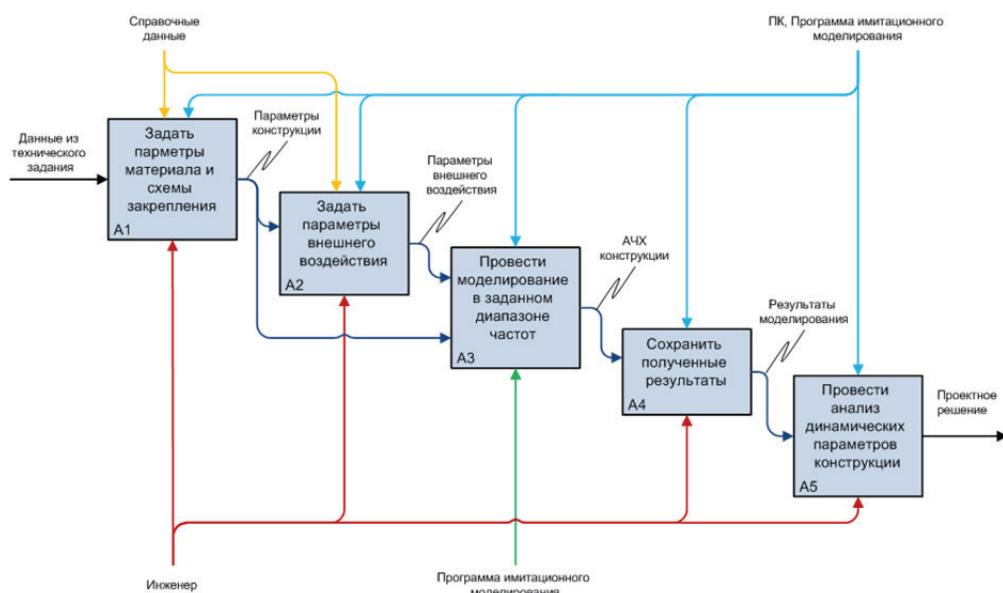


Рис. 3. Инженерная методика работы с программным обеспечением в виде диаграммы IDEF0 по ГОСТ Р 50.1.028-2001

Далее рассмотрим более подробно каждый из них.

На этапе задания параметров материала и схемы закрепления пользователю следует задать значения модуля Юнга, удельной плотности материала и граничные условия (жестко закрепленные края, шарнирное закрепление или комбинированное). Входными данными процесса служат данные из технического задания. Выходными данными процесса являются подготовленные для дальнейших расчетов параметры моделируемой конструкции.

На этапе задания параметров внешнего воздействия пользователю следует указать диапазон частот и максимальные ускорения, которые будут влиять на работоспособность конструкции на этапе эксплуатации. Входными данными процесса служат подготовленные для расчетов параметры моделируемой конструкции. Выходными данными процесса являются параметры внешнего воздействия, подготовленные для дальнейших расчетов моделируемой конструкции.

На этапе проведения моделирования поведения конструкции в заданном диапазоне частот программа выполняет расчет и построение амплитудно частотной характеристики моделируемой конструкции. Входными данными процесса служат параметры моделируемой конструкции и параметры внешнего воздействия. Выходными данными процесса является амплитудно-частотный спектр колебаний моделируемой конструкции.

На этапе сохранения полученных результатов программа сохраняет полученные результаты в файл. Входными данными процесса служит амплитудно-частотный спектр колебаний. Выходными данными процесса является файл формата \*.pin.

На этапе анализа полученных параметров моделируемой конструкции (амплитудно-частотный спектр колебаний и формы изгибных колебаний) делается вывод о необходимости внесения конструктивных изменений.

Таким образом, была разработана методика работы с программой имитационного моделирования на основе методологии IDEF0, позволяющая проводить анализ амплитудно-частотных характеристик исследуемой конструкции.

### ***Выводы***

Применение разработанной модели позволяет проводить исследования физических процессов, протекающих в конструкциях и их элементах, и определять на этапе проектирования их динамические характеристики, которые, в свою очередь, являются основой для прогнозирования поведения изделия в заданных условиях эксплуатации.

### ***Список литературы***

1. Юрков, Н. К. К проблеме обеспечения глобальной безопасности / Н. К. Юрков // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2012. – Т. 1. – С. 6–8.
2. Таньков, Г. В. Волновой метод исследования динамических характеристик упругих конструкций радиоэлектронных средств при нестационарном нагружении / Г. В. Таньков, А. В. Затылкин, Д. А. Рындик // Вестник Пензенского государственного университета. – 2013. – № 2. – С. 101–107.
3. Beamcalc [Electronic resource]: industry solutions. – URL: <http://beamcalc.ru>
4. Mechcad [Electronic resource]: modeling systems. – URL: <http://www.mechcad.net>
5. Затылкин, А. В. Система управления проектными исследованиями радиотехнических устройств : дис. ... канд. техн. наук / А. В. Затылкин. – М., 2012.
6. Остроменский, П. И. Вибрационные испытания радиоаппаратуры и приборов / П. И. Остроменский. – Новосибирск : Изд-во Новосиб. ун-та, 1992. – 173 с.

**Жумабаева Асель Сагнаевна**

старший преподаватель,  
кафедра космической техники и технологии,  
Евразийский национальный университет  
им. Л. Н. Гумилева  
(Казахстан, г. Астана)  
8-(412)-36-82-12,  
E-mail: almatyaseri@mail.ru.

**Zhumabaeva Asel Sagnaevna**

senior lecturer,  
sub-department of space technique and technology,  
Eurasian National University  
named after L. N. Gumilev  
(Astana, Kazakhstan)

**Затылкин Александр Валентинович**

кандидат технических наук, доцент,  
кафедра конструирования  
и производства радиоаппаратуры,  
Пензенский государственный университет  
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)  
8-(412)-36-82-12

E-mail: al.zatylkin@yandex.ru

**Кочегаров Игорь Иванович**

кандидат технических наук, доцент,  
кафедра конструирования  
и производства радиоаппаратуры,  
Пензенский государственный университет  
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)  
8-(412)-36-82-12

E-mail: ico@mail.ru.

**Аннотация.** В данной статье рассмотрен вопрос моделирования воздействия внешних механических воздействий на амплитудно-частотные характеристики стержневых конструкций РЭС. Показано, что применение методов математического моделирования дает возможность проводить исследования физических процессов, протекающих в конструкциях и их элементах, и определять на этапе проектирования их динамические характеристики, которые, в свою очередь, являются основой для прогнозирования поведения изделия в заданных условиях эксплуатации. Рассмотрены программные аналоги, выбран математический аппарат. Предложенные теоретические положения доведены до алгоритмической и программной реализации. Предложена инженерная методика работы с программным обеспечением в виде диаграммы IDEF0 (ГОСТ Р 50.1.028-2001). Разработанное программное обеспечение, способное проводить анализ амплитудно-частотных характеристик исследуемой конструкции для выявления опасных резонансных частот в рабочем диапазоне является актуальным и востребованным.

**Ключевые слова:** удары, вибрации, надежность, амортизатор, программа, алгоритм, инженерная методика.

**УДК 59.13.21**

**Жумабаева, А. С.**

**Математическая модель прогнозирования динамических характеристик стержневых элементов конструкций РЭС / А. С. Жумабаева, А. В. Затылкин, И. И. Кочегаров // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 4 (8). – С. 98–103.**

**Zatylkin Alexander Valentinovich**

candidate of technical sciences, associate professor,  
sub-department of radio equipment  
design and production,  
Penza State University  
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Kochegarov Igor Ivanovich**

candidate of technical sciences, associate professor,  
sub-department of radio equipment  
design and production,  
Penza State University  
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Abstract.** Mathematical model prediction of dynamic characteristics of forecasting structures electronic warfare

Annotation. In this article the problem of modeling of the impact of external shocks on the amplitude-frequency characteristics of the beam structures RES. It is shown that application of methods of mathematical simulation gives an opportunity to study physical processes in constructions and their elements, and to determine at the design stage of their dynamic characteristics, which, in turn, are the basis for predicting the behavior of the product under specific conditions of operation are Considered software counterparts, selected mathematical apparatus. The proposed theoretical concepts brought to algorithmic and software implementation. Proposed engineering technique of work with the software in the form of a diagram IDEF0 (GOST R 50.1.028-2001). Developed software, capable to carry out the analysis of the amplitude-frequency characteristics of the study designs to detect dangerous resonance frequency within the operating range is relevant and in demand.

**Key words:** shock, vibration, reliability, shock absorber, program, algorithm, engineering technique.