УДК 519.7

ВЫБОР ВАРИАНТА ПРОЕКТИРУЕМОЙ СИСТЕМЫ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ УСЛОВИЙ ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

В. К. Дедков

Проектировщик новых технических систем всегда сталкивается **с риском принятия ошибочного решения** в связи с **неопределенностью** целого комплекса возможных условий применения проектируемого изделия.

В этом случае априори принимается решение, что множество всех характеристик условий применения проектируемой системы известно и известны законы вероятностей распределения показателей этих условий.

Однако на момент проектирования известны лишь возможные варианты комплекса условий применения проектируемой системы, и не известно, с какой вероятностью эти варианты могут быть реализованы на практике. Такая обстановка требует специального подхода к выбору оптимального варианта решения **в условиях неопределенности** возможности реализации принимаемого решения.

Неопределенность в процессе проектирования новой технической системы может иметь различное физическое содержание:

– причиной неопределенности может являться отсутствие в соответствующий момент необходимой информации, к примеру, из-за недостаточной изученности явления;

– неопределенность связана с принципиальной непредсказуемостью будущих явлений, даже при достаточной изученности всех закономерностей и связей в настоящем;

– неопределенность относительно будущих условий применения системы связана с сознательным противодействием другой стороны, отстаивающей собственные интересы.

Выбор решения в условиях неопределенности можно рассматривать как разрешение «конфликта» между лицом, принимающим решение (например, конструктором или инженером-испытателем) и «природой», которая олицетворяет собой явления, влияющие на действия этого лица и не зависящие от его воли.

Принципы применения методов «минимакса» и «максимина» при выборе варианта проектируемой системы

Оптимизация решений в условиях неопределенности базируется на использовании принципов математического аппарата теории игр [1].

Смысл этой «игры» заключается в том, чтобы на основе выбранного критерия эффективности функционирования системы принять решение относительно технических показателей проектируемой системы или условий ее применения.

Абстрактная модель простейшей игры предполагает наличие двух игроков, каждый из которых может по собственному усмотрению выбрать одну из возможных стратегий поведения. В результате произвольного выбора каких-то стратегий один из игроков оказывается в выигрыше, а другой – в проигрыше.

Каждый из игроков выстраивает стратегию своего поведения либо на основе максимального размера минимально возможного выигрыша (максимина), либо на основе наименьшего размера максимального проигрыша (минимакса).

Рассмотрим выбор стратегии «игроков» при определении оптимального варианта системы по критерию «функциональной» эффективности. Под функциональной эффективностью технической системы понимается ее приспособленность к выполнению своих основных функций или соответствие системы своему назначению.

Критерии функциональной эффективности системы характеризуют ее приспособленность к выполнению своих задач или соответствие результатов функционирования системы целям ее применения по назначению.

Соответствующие этим критериям **показатели функциональной эффективности** могут принимать следующие формы:

а) показатели, характеризующие наличие данного признака (свойства) у проектируемой системы. В качестве таких показателей используются, например, вероятности выполнения задачи или квантили распределений результата функционирования;

б) показатели, характеризующие средние значения результатов функционирования системы. В качестве показателей эффективности могут использоваться математические ожидания, дисперсии, средние квадратические отклонения и т.п. результатов функционирования.

Пусть «игрок» А может применить для выполнения некоторой операции три **типа летательных аппаратов** (ЛА) $А_1$, $А_2$ и $А_3$. «Игрок» Б противопоставляет игроку А **четыре возможных варианта обстановки**, в которой первый должен применять ЛА. Выигрыш игрока А будем выражать величиной вероятности выполнения задачи (причем задача выполняется лишь один раз, поэтому средние показатели эффективности не применимы). Какой из вариантов, определяющих обстановку операции, применит игрок Б – не известно. Результаты игры двух игроков можно представить матрицей выигрышей (табл. 1), в клетках которой показаны выигрыши игрока А.

Таблица 1

Стратегия игрока А	Стратегия игрока Б				Минимальный выигрыш игрока А
	$Б_1$	$Б_2$	$Б_3$	$Б_4$	
$А_1$	48	33	13	18	13
$А_2$	23	3	8	78	3
$А_3$	53	88	10	13	10
Максимальный проигрыш игрока Б	53	88	13	78	–

По правилам игры каждый игрок может применить любую (но только одну) стратегию, причем его противник не знает, какая именно стратегия будет применена партнером.

Анализируя матрицу выигрышей, видим, что если игрок А выберет первый вариант ЛА ($А_1$), то его выигрыш будет, по крайней мере, не меньше 13, при стратегии противника $Б_3$, а может быть и больше (до 48), если противник применит стратегии $Б_1$, $Б_2$ или $Б_4$.

Точно также при выборе второго варианта ЛА ($А_2$) минимальный размер выигрыша составит 3, а при выборе варианта $А_3$ – 10, хотя максимально возможный вариант выигрыша при этом будет больше (до 78 или 88 соответственно).

Игрок А не знает, как поступит его партнер, а потому, выполнив подобный анализ, остановится на стратегии $А_1$, гарантирующей ему ***максимальный размер минимально возможного выигрыша*** (принцип ***максимина***).

Игрок Б рассуждает так же, как и его партнер, и потому должен остановиться на стратегии $Б_3$, гарантирующей ***наименьший из четырех возможных размеров максимального проигрыша*** – 13 ед. (***принцип минимакса***).

Отсюда следует, что партнеры, будучи знакомы с теорией игр, согласятся на минимальные гарантированные размеры своих выигрышей – проигрышей.

В математической трактовке матрица выигрышей имеет вид

$$A_{[m\times n]} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1i} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & \ldots & \ldots & a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots & & & & & \\ a_{j1} & a_{j2} & \ldots & \ldots & \ldots & a_{jn} \\ \ldots\ldots\ldots & & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & \ldots & \ldots & a_{mn} \end{vmatrix},$$

где a_{ji} – размер выигрыша – проигрыша при выборе игроком А j-й стратегии, а его партнером Б – i-й стратегии. Поведение игроков определяется А – принципом максимина $a_{\text{опт}} = \max\limits_{j} \min\limits_{i} a_{ji}$, B – принципом минимакса $b_{\text{опт}} = \min\limits_{i} \max\limits_{j} a_{ji}$.

Оптимизация параметров технической системы по критериям экономической эффективности

Какие задачи оптимизации параметров технических систем решаются на основе использования *критериев экономической эффективности*?

Критерии экономической эффективности используются при решении следующих задач: а) при определении величины затрат, требующихся для достижения требуемого эффекта функционирования системы; б) при определении стоимости разработки, производства испытаний и эксплуатации системы, обладающей заданными показателями функционирования; в) для оценки возможности достижения заданных показателей функционирования системы, при использовании имеющихся в наличии ресурсов.

Основным критерием экономической эффективности технических систем является «условие минимума стоимости выполнения задачи» при заданных ограничениях на его технические и эксплуатационные характеристики. В качестве показателя экономической эффективности используются математические ожидания (или средние значения) стоимости каждого из вариантов достижения цели операции с помощью рассматриваемой системы.

Необходимо заметить, что в отличие от цены стоимость выполнения боевой задачи является случайной величиной. Некоторые системы могут оцениваться по косвенному экономическому критерию – максимальному экономическому эффекту выполнения задачи, например, по стоимости предотвращенного ущерба.

Рассмотрим пример применения теории игр к выбору технических решений в процессе проектирования системы, определяющих технические параметры будущей системы при минимальных затратах на достижение цели ее применения.

Подобные задачи возникают при проектировании сложной технической системы, такой, например, как транспортный космический корабль многоцелевого назначения (ТКК), не имеющий аналогов, или другие системы, опыт применения которых к началу проектирования отсутствует. Допустим, что при предварительном анализе установлены четыре наиболее вероятных варианта использования ТКК, отличающиеся значениями базовых орбит вывода, интенсивностью запусков, возможностями стыковки и обмена грузами, составом дежурных групп и т.д.

Предположим, что на основе расчетов были определены варианты ТКК, отличающихся грузоподъемностью, массой, энергетикой, составом оборудования. Значения удельных приведенных затрат на единицу полезной нагрузки, минимальные для каждого варианта, приведены в табл. 2. Приведенная в табл. 2 информация не позволяет принять решение о выборе одного из вариантов ТКК для дальнейшей проработки и проектирования из-за неопределенности возможного способа его применения. Для выбора оптимального варианта ТКК необходимо оценить экономическую эффективность каждого варианта ТКК в различных условиях его возможного применения.

Таблица 2

Вариант ТКК	Вариант возможных условий применения	Удельные приведенные затраты в условных единицах стоимости проекта на единицу полезной нагрузки
I	I	0,30
II	II	0,33
III	III	0,35
IV	IV	0,38

Очевидно, что удельные приведенные затраты на единицу полезной нагрузки любого варианта ТКК (к примеру, первого) в «несвойственных» ему ситуациях (второй, третьей, четвертой) будут выше, чем у вариантов, оптимальных для данных условий. Приведем расчеты удельных приведенных затрат на единицу полезной нагрузки каждого варианта ТКК в различных условиях. Результаты этих расчетов сведем в табл. 3.

Таблица 3

Вариант ТКК	Удельные приведенные затраты в условных единицах стоимости при различных вариантах внешних условий			
	I	II	III	IV
I	0,30	0,48	0,81	0,85
II	0,55	0,33	0,78	0,68
III	0,63	0,93	0,35	0,53
IV	0,98	0,83	0,63	0,38

Приведенная таблица подобна рассмотренной выше матрице выигрышей. Задача выбора варианта ТКК в случае неопределенности информации о внешних условиях может трактоваться как «игра» проектировщика с «природой». Так как элементы матрицы в рассматриваемом примере соответствуют удельным приведенным затратам, то стратегия проектировщика должна отвечать принципу минимакса, т.е. принятое им решение должно обеспечивать минимизацию максимально возможных затрат независимо от того, какой вариант внешних условий будет иметь место в будущем. Максимальные значения удельных приведенных затрат приведены в табл. 4.

Таблица 4

Вариант ТКК	Условная единица стоимости на единицу полезной массы
I	0,85
II	0,78
III	0,93
IV	0,98

Минимальная величина максимальных затрат (минимакс) из всех вариантов ТКК составит 0,78 условных единиц при втором варианте проекта использования ТКК.

Этот вариант и может быть рекомендован для дальнейшей проработки как наилучший в предположении, что «природа», следуя широко известному «закону бутерброда», «выберет» наихудшую для человека ситуацию.

Примечание. Если бы в матрице выигрышей вместо приведенных затрат в качестве критерия эффективности фигурировал другой критерий, требующий отбора оптимального варианта по правилу максимизации (например, прибыли), то при выборе наилучшего решения следовало бы руководствоваться принципом максимина.

В отличие от сознательно противодействующего партнера «природа» не отстаивает собственных интересов и не ставит себе целью максимизировать выигрыш или минимизировать проигрыш. Вследствие этого минимаксная или максиминная стратегии при экономическом обосновании вариантов решений, в процессе проектирования сложной системы представляются слишком осторожными, пессимистическими и могут быть заменены другими принципами.

Список литературы

1. Нарусбаев, А. А. Введение в теорию обоснования проектных решений / А. А. Нарусбаев. – Л. : Судостроение, 1975.

УДК 519.7

Дедков, В. К.

Выбор варианта проектируемой системы при неопределенности условий ее применения / В. К. Дедков // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 2. – С. 10–14.

Дедков Виталий Кириллович
доктор технических наук, профессор,
научный сотрудник отдела безопасности
и нелинейного анализа,
Учреждение Российской академии наук,
Вычислительный центр
им. А. А. Дородницына РАН
119333, г. Москва, ул. Вавилова, 40.
8-495-135-61-95
E-mail: dedkov-33@rambler.ru

V. Dedkov
doctor of technical science, professor, the scientific
worker of the division of safety and nonlinear analysis
the establishment of the Russian academy of sciences
computer center A. A. Dorodnitsyn,
Russian academy of sciences
119333, Moscaw, Vavilova street, 40.
8-495-135-61-95
E-mail: dedkov-33@rambler.ru

Аннотация. Оптимизация решений в условиях неопределенности базируется на использовании принципов математического аппарата теории игр. В статье рассматриваются вопросы применения методов «минимакса» и «максимина» при выборе варианта проектируемой системы.

Ключевые слова: проектируемая система, условия неопределенности, оптимизация, критерии функциональной эффективности, показатели функциональной эффективности.

Abstract. Optimization of decisions in the conditions of uncertainty is based on use of the principles of mathematical apparatus of the theory of games. In article questions of application of methods of «minimax» and «maximine» are considered at a choice of option of designed system.

Key words: designed system, uncertainty conditions, optimization, criteria of functional efficiency, indicators of functional efficiency.