

## СТРАТЕГИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ПРОЕКТНОГО РЕШЕНИЯ

Я. В. Кагуева

### *Введение*

Функционально-параметрический (ФП) подход [1] естественным образом следует из общепринятого определения надежности как свойства объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих его способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, хранения и транспортирования [2]. В соответствии с этим определением подход для оценки надежности должен отражать связь показателей надежности с выполняемыми объектом функциями, условиями эксплуатации и временем.

В основу ФП-подхода положены следующие основные принципы:

- процесс функционирования объекта и его техническое состояние в любой момент времени определяется конечным набором некоторых переменных – параметров объекта;
- отказы являются следствием деградиационных изменений параметров;
- формой проявления отказа является выход параметров за пределы области допустимых значений (области работоспособности);
- если процессы изменения параметров наблюдаемы, прогнозируемы и управляемы, то существует принципиальная возможность предотвращения отказов [1].

В рамках ФП-подхода задачи расчета и обеспечения надежности, возникающие на этапах проектирования, производства и эксплуатации, взаимосвязаны: все они могут быть представлены как разновидности задачи управления случайными процессами. Их решение должно основываться на результатах прогнозирования процессов изменения параметров (технического состояния) и надежности исследуемых объектов. При разработке методов прогнозирования и управления необходимо учитывать как специфику случайных процессов дрейфа параметров (они относятся к классу нестационарных и локально управляемых), так и особенности самого управления, которое имеет вид импульсной коррекции [3].

Математическая и вычислительная сложность методов оптимального синтеза технических систем с учетом закономерностей случайных вариаций их параметров и требований надежности, трудность получения необходимой исходной информации о параметрических возмущениях породили определенный пессимизм в отношении практической полезности (конструктивности) методов ФП-подхода.

Однако быстрое развитие вычислительных мощностей, использование технологий параллельных, распределенных, облачных высокопроизводительных вычислений позволяют говорить о возрождении многих, ранее считавшихся чисто теоретическими методов и алгоритмов и дают возможность эффективному практическому применению функционально-параметрического подхода для оптимизации надежности по постепенным (деградационным) отказам.

В работе предлагается предварительная процедура параметрического синтеза, позволяющая в дальнейшем уменьшить вычислительные расходы путем выявления проектных решений, не соответствующих требованиям качества, и выбора наиболее эффективных для нахождения оптимального решения стратегий и процедур поиска.

### *Задача параметрического синтеза*

В качестве объекта проектирования в работе рассматриваются аналоговые радиоэлектронные устройства (РЭА).

Синтез технических объектов включает в себя две основные части: формирование структуры объекта (структурный синтез) и выбор значений внутренних параметров (параметрический

синтез). Общая постановка задачи оптимального параметрического синтеза может быть сформулирована следующим образом [1, 4, 5].

Определены структура объекта (схема РЭА) и соответствующая ей математическая модель – функциональная зависимость выходных параметров  $\mathbf{y} = \{y_j\}_{j=1}^m$  от параметров элементов

$$y_j = F_j(x_1, \dots, x_n), \quad (1)$$

где  $F_j(\bullet)$  – функция, зависящая от топологии исследуемой системы. Возможные вариации значений внутренних параметров задаются из условий их физической реализуемости и представляют собой брус допусков

$$B_T = \{a_i^0 \leq x_i \leq b_i^0, i = \overline{1, n}\}. \quad (2)$$

Показателем качества функционирования системы является выполнение условий работоспособности, задаваемых обычно в виде допусков на выходные параметры (системы неравенств)

$$\mathbf{y}_{\min} \leq \mathbf{y}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{y}_{\max}. \quad (3)$$

Отображение условий работоспособности в пространство внутренних параметров задает в нем область работоспособности (ОР)  $D_x$ :

$$D_x = \{\mathbf{x} \in R^n \mid \mathbf{y}_{\min} \leq \mathbf{y}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{y}_{\max}\}. \quad (4)$$

Задача оптимального параметрического синтеза (ОПС) технических устройств и систем состоит в выборе номинальных значений  $\mathbf{x}_{\text{ном}} = (x_{1\text{ном}}, x_{2\text{ном}}, \dots, x_{n\text{ном}})^T$  внутренних параметров исследуемого устройства, обеспечивающих максимум вероятности невыхода траектории случайного процесса деградации параметров за пределы области работоспособности в течение заданного интервала времени:

$$\mathbf{x}_{\text{ном}} = \arg \max P\{X(\mathbf{x}_{\text{ном}}, t) \in D_x, \mathbf{x}_{\text{ном}} \in B_T \cap D_x, \forall t \in [0, T]\}, \quad (5)$$

где  $X(\mathbf{x}_{\text{ном}}, t)$  – случайный процесс деградации параметров, включая деградацию под воздействием внешних условий;  $D_x$  – область работоспособности;  $T$  – заданное время эксплуатации устройства.

В задачах проектирования электронных схем, при достаточной их сложности построить модель (1) в аналитическом виде практически невозможно [1]. Функции, описывающие проектируемую систему, имеют сложный нелинейный характер, поэтому соотношения (1) задаются в алгоритмическом виде или с помощью имитационной модели типа «черного ящика» с использованием программных пакетов моделирования электрических цепей. Это не позволяет получить оптимальное решение задачи (5) в аналитической форме с помощью классических методов оптимизации порядка выше нулевого.

Для решения задачи оптимального параметрического синтеза необходима следующая исходная информация:

- 1) условия работоспособности – требуемые соотношения между выходными параметрами и техническими требованиями (3);
- 2) множество возможных (из условий физической реализуемости) значений внутренних параметров  $B_T$ ;
- 3) математическая модель объекта, представляющая собой некоторые соотношения, связывающие выходные параметры системы с внутренними, или область работоспособности  $D_x$ , являющаяся отображением условий работоспособности в пространство внутренних параметров;
- 4) статистические данные о закономерностях производственных и эксплуатационных изменений (деградации) внутренних параметров.

Задачу ОПС в виде (5) можно рассматривать как стандартную задачу математического программирования с ограничениями. Ее особенностями являются многомерность, стохастичность, нелинейность, невыпуклость, многоэкстремальность.

**Предварительная процедура уменьшения области поиска  
и оценки качества проектного решения**

В качестве первого этапа ОПС в рамках функционально-параметрического подхода предлагается процедура уменьшения области поиска и оценки качества проектного решения. Проектным решением будем называть заданную структуру объекта, ограничения на внутренние (варьируемые) параметры и условия работоспособности.

Формой проявления отказа является выход внутренних параметров за пределы области работоспособности в результате деградации. Следовательно, определенной характеристикой возможности системы выполнять заданные функции в условиях параметрических возмущений является область работоспособности  $D_x$ , построенная в координатах параметров схемных элементов системы. Совокупность значений внутренних параметров является точкой в  $n$ -мерном пространстве этих параметров, а расстояние от нее до границы области работоспособности  $\partial D_x$  может рассматриваться как некоторый запас сохранения качества функционирования системы [6].

Прежде всего необходимо убедиться, что множество значений внутренних параметров  $D_x$ , при которых выполняются условия работоспособности (4), заданные техническим заданием, не пусто, т.е.:

$$B_T \cap D_x \neq \emptyset. \tag{6}$$

Для получения характеристик области работоспособности предлагается провести предварительную процедуру, основанную на методе статистических испытаний, описанную в [7], и построить для области работоспособности описанный параллелепипед в границах бруса допусков (2).

Описанным параллелепипедом для области работоспособности  $D_x$  называют область в пространстве внутренних параметров, представляющую собой  $n$ -мерный ортогональный параллелепипед со сторонами, параллельными осям координат

$$B_0 = \{x \in R_n \mid a_i^0 \leq x_i \leq b_i^0, i = \overline{1, n}\}, \tag{7}$$

с объемом

$$V_0 = \prod_{i=1, n} (b_i^0 - a_i^0), \tag{8}$$

где  $a_i^0 = \min_{x \in D_x \cap B_T} x_i$ ;  $b_i^0 = \max_{x \in D_x \cap B_T} x_i$ .

Построение описанного вокруг неизвестной области  $D_x$   $n$ -мерного параллелепипеда позволит уменьшить область поиска и отбросить из рассмотрения те ее части, в которых точки ОР отсутствуют или образуют множества, которыми можно пренебречь.

После проведения  $N$  испытаний в бресе допусков вычисляется оценка объема области работоспособности:

$$\hat{V}_g = V_T N_g / N, \tag{9}$$

где  $V_T$  – объем бруса допусков;  $N_g$  – число точек, попавших в область работоспособности;  $N$  – число испытаний.

Соотношение полученной оценки объема области работоспособности и объема описанного параллелепипеда

$$K_V = \hat{V}_g / V_0 \tag{10}$$

позволяет судить о степени «заполненности» описанного параллелепипеда находящейся внутри него областью работоспособности.

Использование предварительной процедуры [7] позволяет получить важные данные для анализа качества проектного решения:

- 1) границы  $\mathbf{a}^0, \mathbf{b}^0$  описанного бруса  $B_0$ ;
- 2) точки касания  $K_i^-, K_i^+, i = \overline{1, n}$  области работоспособности и описанного бруса, через которые построены границы описанного бруса;

3) оценку объема  $\hat{V}_g$  области работоспособности и коэффициент  $K_V$  степени заполненности областью работоспособности описанного параллелепипеда  $B_0$ .

Данный коэффициент (10) позволяет сделать следующие выводы о качестве проектного (структурного) решения.

1. Если  $N_g = 0$ , то  $K_V = 0, \Rightarrow B_T \cap D_x = \emptyset$ .

Условия работоспособности не выполняются ни в одной точке бруса допусков, т.е. область работоспособности не пересекается с бруском допусков. Это говорит о том, что исследуемая система ни при каких значениях параметров элементов из заданного множества  $B_T$  не удовлетворяет условиям качества функционирования.

Если множество  $B_T$  достаточно «широко» в плане возможных реализуемых значений параметров (включает в себя как минимум несколько значений стандартных рядов типономиналов параметров), то данная ситуация говорит о плохом качестве проектного (структурного) решения и необходимости изменить структуру системы.

2. Если  $K_V \leq 0,1$ , то область работоспособности  $D_x$  в брусе допусков очень мала и имеет сложную геометрическую конфигурацию (возможно, она неодносвязна). Обеспечить достаточный интервал приемлемых значений параметров при данной структуре системы невозможно. Проведение дальнейших процедур ОПС в таком случае малоцелесообразно.

3. Если некоторые границы бруса допусков (2) и описанного параллелепипеда практически совпадают, то часть области работоспособности может находиться за пределами границ  $B_T$ . В этом случае, если соотношение  $K_V$  достаточно мало, можно изменить условия (2) для совпадающих границ, расширив в данном направлении область  $B_T$  и провести процедуру построения описанного параллелепипеда еще раз.

4. Если соотношение  $K_V$  достаточно мало, то это свидетельствует о неодносвязности или вытянутости геометрической конфигурации области работоспособности. Может получиться, что для одного или нескольких параметров пределы их возможных вариаций будут слишком малы, что не сможет обеспечить достаточной вероятности безотказной работы проектируемого устройства либо потребует высокой точности при его изготовлении и использовании специальных электрорадиоэлементов, малочувствительных к внешним воздействиям и слабо подверженных процессам старения, что существенно увеличит стоимость изделия.

5. Если  $K_V > 0,9$ , то в этом случае точка пересечения диагоналей  $B_0$

$$\mathbf{x}_c^B = \left( \frac{b_1^0 - a_1^0}{2}, \dots, \frac{b_n^0 - a_n^0}{2} \right) \quad (11)$$

может быть принята в качестве оптимального решения задачи ПС.

### **Быстрый анализ области работоспособности с использованием характеристических точек**

Прежде чем переходить к дальнейшим дорогостоящим в вычислительном плане процедурам ОПС, следует провести анализ области работоспособности. Хотелось бы оценить ее форму и конфигурацию в пространстве внутренних параметров, а также попытаться сделать предположения о выпуклости и односвязности области. Так, например, для выпуклых областей работоспособности и симметричной относительно математического ожидания функции распределения плотности вероятности параметров задача (5) сводится к поиску центра тяжести области работоспособности  $D_x$  [8].

Координаты центра тяжести (центроида) множества точек  $\{\mathbf{x}_j, j = \overline{1, N_g}\}$ , попавших в область работоспособности  $D_x$ , вычисляются в ходе процедуры [4] по формуле

$$\mathbf{x}_c = \left( \frac{\sum_{j=1}^{N_g} x_{1j}}{N_g}, \dots, \frac{\sum_{j=1}^{N_g} x_{nj}}{N_g} \right) \quad (12)$$

и являются с определенной долей вероятности приближением центра тяжести самой ОР.

Для множества точек касания  $K = \{K_i^-, K_i^+, i = \overline{1, n}\}$  может быть вычислен центр масс:

$$\mathbf{x}_c^K = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (K_{i-1}^+ + K_{i-1}^-)}{2n}, \dots, \frac{\sum_{i=1}^n (K_{i-n}^- + K_{i-n}^+)}{2n} \right). \quad (13)$$

Назовем полученные в результате предварительной процедуры [4] точки касания  $K_i^-, K_i^+, i = \overline{1, n}$ , точку центра тяжести множества точек, попавших в ОР в процессе статистических испытаний  $\mathbf{x}_c$ , и точку  $\mathbf{x}_c^K$  характеристическими точками области работоспособности.

На следующем этапе необходимо проверить принадлежность точек-центроидов области работоспособности. Если условия работоспособности не выполняются в точках  $\mathbf{x}_c$  и  $\mathbf{x}_c^K$ , то предположение о выпуклости и односвязности ОР не верно (центр тяжести области не принадлежит самой области). Это означает, что ОР имеет достаточно сложную конфигурацию и делает многие методы, основанные на предположении о ее выпуклости и односвязности, неприменимыми. В этом случае решение задачи ОПС потребует дальнейшей процедуры уточнения формы и построения дискретного аналога ОР [9, 10].

Относительная близость точек  $\mathbf{x}_c$  и  $\mathbf{x}_c^K$  может предполагать наличие симметрии ОР относительно своего центра тяжести.

По точкам касания  $K_i^+, K_i^-, i = \overline{1, n}$  строится многогранник (выпуклая оболочка данного множества точек, вписанный в  $B_0$  политоп  $S$ ) с совокупностью вершин  $ver(S) = \{K_i^+, K_i^-, i = \overline{1, n}\}$ , аппроксимирующий область работоспособности. Необходимо отметить, что все точки касания  $K_i^+, K_i^-, i = \overline{1, n}$  должны быть различны между собой. Найдя объем  $V_S$  этого многогранника [7], можно посчитать соотношение его объема и объема области работоспособности  $\hat{V}_g$ .

Если объем  $V_S$  политопа  $S$  меньше объема  $\hat{V}_g$  области работоспособности  $D_x$ , а также центроиды множества точек касания и центр тяжести области работоспособности принадлежат  $D_x$ , можно построить приближение множества  $D_x$  вписанным многогранником  $S$ . На его основе задача ОПС сводится к задаче линейного программирования [11].

### Заключение

К сожалению, на основании выполнения условий принадлежности центра тяжести области работоспособности и соотношения объемов ее приближения вписанным многогранником и области работоспособности вывод об односвязности и выпуклости области  $D_x$  сделать нельзя, так как они являются необходимыми, но не достаточными условиями. Окончательные выводы по этим критериям можно сделать лишь с помощью дорогостоящей в плане вычислений и хранения информации процедуры построения дискретного аналога области работоспособности [10].

Предложенная в работе процедура анализа проектного решения позволяет в дальнейшем выбрать наименее трудоемкую или наиболее точную из возможных стратегий параметрического синтеза [4]. Кроме того, проектировщик может выявить случаи, когда результаты структурного синтеза либо наложенные на входные параметры ограничения не позволят получить приемлемое решение.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта ДВО РАН 12-И-ОЭММПУ-01 в рамках Программы фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН № 14 «Анализ и оптимизация функционирования систем многоуровневого, интеллектуального и децентрализованного управления в условиях неопределенности».

### Список литературы

1. Абрамов, О. В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности / О. В. Абрамов. – М. : Наука, 1992.

2. ГОСТ Р 53480–2009. Надежность в технике. Термины и определения и определения. – М. : Стандартинформ, 2010.
3. Абрамов, О. В. Функционально-параметрический подход в задачах обеспечения надежности технических систем / О. В. Абрамов // Надежность и контроль качества. – 1999. – № 5. – С. 34–45.
4. Абрамов, О. В. Методы и алгоритмы параметрического синтеза стохастических систем / О. В. Абрамов // Проблемы управления. – 2006. – № 4. – С. 3–8.
5. Юрков, Н. К. К проблеме обеспечения глобальной безопасности / Н. К. Юрков // Надежность и качество : тр. междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2012. – Т. 1. – С. 6–8.
6. Абрамов, О. В. Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности / О. В. Абрамов, Я. В. Катуева, Д. А. Назаров // Проблемы управления. – 2007. – № 6. – С. 64–69.
7. Катуева, Я. В. Геометрический анализ области работоспособности на основе метода Монте-Карло / Я. В. Катуева, М. Ф. Аноп // Информатика и системы управления. – 2011. – № 2 (28). – С. 30–40.
8. Васильев, Б. В. Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств / Б. В. Васильев, Б. А. Козлов, Л. Г. Ткаченко. – М. : Советское радио, 1964.
9. Абрамов, О. В. Параллельные алгоритмы построения области работоспособности / О. В. Абрамов, Г. Б. Диго, Н. Б. Диго, Я. В. Катуева // Информатика и системы управления. – 2004. – № 2. – С. 121–133.
10. Катуева, Я. В. Алгоритмы анализа области работоспособности, заданной в матричной форме / Я. В. Катуева, Д. А. Назаров // Информатика и системы управления. – 2005. – № 2(10). – С. 118–128.
11. Катуева, Я. В. Сведение задачи оптимизации параметрической надежности к задаче линейного программирования / Я. В. Катуева // Информатика и системы управления. – 2012. – № 4 (34). – С. 75–80.

УДК 681.5.015.63:62-192

**Катуева Я. В.**

**Стратегия параметрического синтеза проектного решения / Я. В. Катуева // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 2. – С. 94–99.**

**Катуева Ярослава Владимировна**

кандидат технических наук,  
старший научный сотрудник,  
Институт автоматики  
и процессов управления ДВО РАН  
690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5.  
8(423)2310452  
e-mail: gloria@iacp.dvo.ru

**Аннотация.** Обсуждаются некоторые вопросы реализации функционально-параметрического подхода в задачах обеспечения надежности аналоговых технических устройств и систем. Рассматривается проблема синтеза систем с детерминированной структурой и случайными параметрами. Предлагается процедура анализа проектного решения для выработки дальнейшей стратегии параметрического синтеза.

**Ключевые слова:** параметрический синтез, параметр, надежность, оптимизация.

**Y. Katueva**

Ph.D., Senior Scientist,  
Institute of Automation and management of FEB RAS  
690041, Vladivostok, Radio st., 5.  
8(423)2310452  
E-mail: gloria@iacp.dvo.ru

**Abstract.** Some issues of functional-parametric approach implementation in analog units reliability problem are discussed. Deterministic structure and random parameters systems synthesis problem is considered. Design analysis procedure for further strategy developing is provided.

**Key words:** parametrical synthesis, parameter, reliability, optimization.