

# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

УДК 621.316.867:539.216

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ РЭС ПРИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ И ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ<sup>1</sup>

А. Н. Литвинов, Н. К. Юрков

### *Введение*

Одной из важнейших задач развития научных основ конструирования и технологии изготовления блоков и изделий современных радиоэлектронных средств (РЭС) является создание адекватных прикладных моделей, описывающих поведение конструкций и их отдельных элементов в процессе производства и эксплуатации [1, 2].

Системный анализ конструкций РЭС показывает, что большинство изделий, блоков и их элементов являются гетерогенными структурами, подвергаемыми внешним воздействиям. За счет изменения их напряженно-деформированного состояния (НДС) происходят изменение основных электропараметров РЭС, ухудшение метрологических характеристик, снижение их надежности, а в ряде случаев – частичный или полный отказ в результате разрушения отдельных элементов [3–5]. При этом основными являются динамические и температурные воздействия, возникающие в ходе выполнения различных технологических операций в производстве [1], при испытаниях и в процессе эксплуатации изделий в широком диапазоне тепловых и вибрационных нагрузок.

Анализ технологических процессов показывает, что существующие модели не в полной мере учитывают явления и процессы, происходящие в гетерогенных структурах изделий, и нуждаются в уточнении и совершенствовании [5].

#### **1. Классификация моделей для исследования процессов в слоистых структурах**

В обобщенном виде модели гетерогенных структур можно разделить на три укрупненных класса:

- многослойные структуры;
- композиты;
- структуры с приведенными характеристиками.

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы», государственный контракт № 14.514.11.4078 «Создание методологических основ обнаружения и локализации латентных технологических дефектов бортовой радиоэлектронной аппаратуры космических аппаратов методами неразрушающего контроля и диагностики на этапах производства».

**1.1. Многослойные структуры.** Модели этого типа основаны на механике многослойных сред. Существенной особенностью является то, что в большинстве работ по исследованию НДС многослойных конструкций отсутствует четкая классификация отдельных слоев конструкций. По-нашему мнению, наиболее общей следует считать классификацию, основанную на энергетической оценке НДС слоев, введенную академиком В. В. Болотиным [3].

Рассмотрим классификацию однородных изотропных слоев и их характерные свойства:

- жесткий слой – выполняются гипотезы Кирхгофа–Лява;
- мягкий слой – работает только на сдвиг;
- трансверсально-мягкий слой – существенными компонентами тензора деформаций являются деформации сдвига и трансверсальные деформации, нормальные к срединной поверхности слоя;
- слой средней жесткости – расчет НДС необходимо вести по уточненной сдвиговой теории С. П. Тимошенко;

– толстый слой – расчет НДС необходимо вести по теории толстых плит;

– идеально мягкий слой – слой, не обеспечивающий жесткой связи между соседними слоями.

При деформации всего слоистого пакета происходит проскальзывание между соседними слоями.

В зависимости от характеристик и классификации отдельных слоев применяемая многослойная модель достаточно точно, в рамках принятых гипотез, описывает НДС и процессы, происходящие в тонких и толстых элементах конструкций. При расчете многослойных оболочек эта модель учитывает изменение метрики при переходе от слоя к слою, что позволяет достаточно точно дать математическое описание НДС каждого слоя.

**1.2. Композиты** широко применяются в авиа- и ракетостроении и классифицируются по структуре: слоистые, волокнистые, наполненные и т.п. В тех случаях, когда они являются слоистыми, некоторые слои могут быть анизотропными. В этом случае, если выполнить переход от анизотропных слоев к изотропным с приведенными характеристиками, можно использовать классификацию слоев В. В. Болотина и строить модели по принципу многослойной структуры. В остальных случаях для анализа НДС таких конструктивных элементов в зависимости от структуры композита используются математические модели, изложенные в [6, 7]. В настоящее время интенсивно ведутся разработки математических моделей по описанию НДС и созданию нанокompозитов с заданными и управляемыми в процессе эксплуатации физико-механическими свойствами.

**1.3. Структуры с приведенными характеристиками.** Модели, основанные на переходе от неоднородной (многослойной, волокнистой и т.п.) структуры к однородной с приведенными физико-математическими характеристиками, широко применяются в инженерной практике [6, 7]. Первые работы в этом направлении принадлежат Фойхту и Рейссу, которые предложили проводить осреднение физико-механических свойств по объему, которые описываются прямыми или обратными тензорами второго, третьего или четвертого рангов. Формулы, полученные Фойхтом и Рейссом для приведенных модулей упругости  $E_\phi$  и  $E_p$ , являются оценками сверху и снизу соответственно, и выполняется условие  $E_p < E_{пр} < E_\phi$ . Здесь  $E_{пр}$  – приведенный модуль.

Различные модели и критерии для определения приведенных характеристик слоистых и композиционных структур приведены в работах [8, 9], где в отличие от подходов Фойхта и Рейсса осреднение производится в сочетании с принятием дополнительных гипотез о полях напряжений, деформаций и перемещений, а также с учетом конструктивных особенностей рассматриваемой неоднородной структуры.

Модели, основанные на определении приведенных физико-механических характеристик эквивалентной упругой или вязкоупругой диссипативной системы, являются весьма перспективными для выполнения практических расчетов и моделирования НДС при динамических и тепловых процессах в сложных неоднородных структурах. При этом существенной особенностью таких моделей является то, что в ряде случаев оказывается возможным получение аналитических решений для систем, подверженных внешним воздействиям.

В работе [10] предложена математическая модель определения приведенных характеристик многослойных систем, основанная на том, что геометрические размеры исходной и приведенной конструкций приняты одинаковыми, а аналитические выражения для приведенных физико-механических характеристик получены из условия обеспечения одинаковой жесткости обеих конструкций. Предложенная модель может применяться как ко всей слоистой конструкции, так и к ее части. Например, если на несущей плате, панели или оболочке расположены внешние и внутренние многослойные покрытия [3], то любое из этих покрытий или сразу оба можно заменить однородными покрытиями с приведенными характеристиками при сохранении их геометрических размеров. В этом случае конструкция приводится к трехслойной системе.

Так как при вычислении приведенных характеристик учитываются геометрические характеристики и НДС каждого слоя, то в рамках этой модели возможен переход к однослойной конструкции с приведенными характеристиками для всего многослойного пакета (покрытия и несущая конструкция). В этом случае будет получено приближенное решение для НДС всех слоев.

Обобщая приведенный анализ, укажем на то, что применение математических моделей, основанных на многослойных структурах, позволяет более адекватно исследовать НДС в слоистых структурах изделий на этапах их изготовления и эксплуатации.

В каждом из типов моделей рассматриваются более частные уровни моделей:

- стержни (балки);
- пластины различной конфигурации в плане (прямоугольные, круглые и т.п.);
- панели (часть замкнутых оболочек различной конфигурации);
- оболочки (цилиндрические, конические и др.);
- полупространство (решение чаще всего сводится к плоской задаче теории неоднородной упругости);
- массивное тело (решается трехмерная задача теории упругости, например, блоки РЭС, содержащие несколько плат, залитых компаундами и т.п.).

Указанные модели могут быть представлены для математического моделирования тепловых и динамических процессов, происходящих в различных элементах конструкций РЭС, датчиковой аппаратуры, электронных блоков взрывателей, микросборок различного назначения [11–15].

Выбор расчетной математической модели определяется свойствами исследуемой конструкции или ее элемента (одномерная, двумерная, трехмерная модель; особенности геометрии и т.п.) и требуемой точностью исследования НДС в конструкции [16]. Применение математических моделей, алгоритмов расчета и комплекса моделирующих программ позволяет на ранних этапах проектирования изделий обеспечивать требуемый уровень их вибро- и теплоустойчивости, научно обоснованно разрабатывать технологические процессы их изготовления и испытаний, а также анализировать возможные виды отказов изделий [17–20].

## 2. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния слоистой платы при тепловом воздействии

В качестве примера рассмотрим плоскую пятислойную плату микросхемы частного применения. В качестве расчетной принята двухмерная многослойная модель в виде прямоугольной пластины (рис. 1).

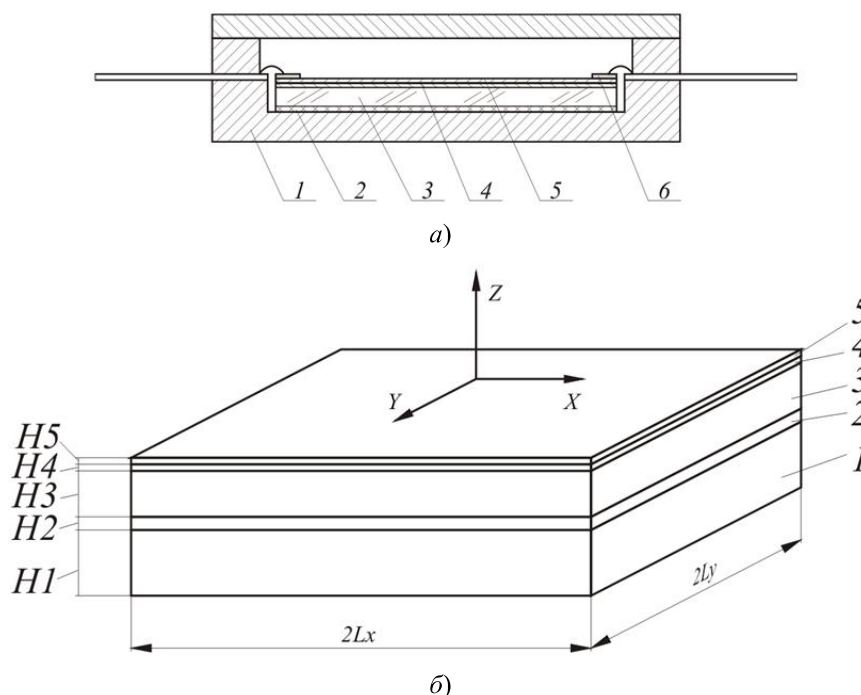


Рис. 1. Конструкция микросхемы (а) и расчетная схема (б):

1 – основание; 2 – клеевой шов; 3 – подложка;

4 – резистивный слой; 5 – защитный слой; 6 – контакты

Для прогнозирования термомеханических напряжений в плоских соединениях из разнородных материалов в работе [12] представлен алгоритм их расчета, в котором учитываются физико-механические характеристики материалов слоев, их геометрические размеры, изменение температуры по слоям, а также наличие клеевых и паяных слоев, работающих на сдвиг. С учетом изменения параметров слоев проведен анализ изменения термомеханических напряжений на поверхности подложки, где расположены резистивные элементы. Проведенные численные исследования показали хорошую сходимость разработанного алгоритма расчета и совпадение расчетных значений термомеханических напряжений и напряжений, определенных экспериментальным путем на тестовых моделях, соответствующих реальным конструкциям микросхем. Показано существенное влияние термомеханических напряжений на изменение сопротивления и дифференциальную нелинейность наборов тонкопленочных резисторов (ТПР) [4].

Для внедрения в инженерную практику на языке Visual Basic в среде Microsoft Excel 2000 разработан программный комплекс, реализующий алгоритм расчета НДС в слоях платы при тепловых воздействиях. Программа имеет несколько режимов работы, на основании которых на печать выводится графическое изображение результатов расчета термомеханических напряжений и деформаций, действующих в любом слое и на любой поверхности в рассматриваемой конструкции [16].

В качестве материала основания рассматривались пресс-материал АГ-4В, ковар 29НК, керамика ВК-99. Материал обложки – ситалл СТ50-1. Расчеты выполнены для различия значений модуля сдвига клеевого шва  $G = 50.500$  МПа при толщинах  $H_2 = 0,1$  мм, что соответствует применению «мягких» (типа «Виксинт У2-28») и «жестких» (типа ВК-9) клеев. Некоторые результаты исследования распределения термомеханических напряжений по поверхности подложки с размерами  $L_x \times L_y = (7,5 \times 4)$  мм<sup>2</sup> приведены на рис. 2–4 при условии, что температура всей конструкции равна 125 °С. В силу симметрии эпюры термомеханических напряжений представлены для четверти поверхности платы в безразмерных координатах  $\bar{x} = x/L_x$ ;  $\bar{y} = y/L_y$ . Начало координат расположено в центре платы (см. рис. 1,б). При расчетах для напряжений приняты следующие обозначения:

$$\sigma_{x(\Sigma)} = \sigma_x + \sigma_{x(u)}; \quad \sigma_{y(\Sigma)} = \sigma_y + \sigma_{y(u)},$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  – напряжения от растяжения (сжатия) в направлении осей  $x$  и  $y$ ;  $\sigma_{x(u)}$ ,  $\sigma_{y(u)}$  – напряжения от изгиба слоев;  $\sigma_{x(\Sigma)}$ ,  $\sigma_{y(\Sigma)}$  – результирующие термомеханические напряжения, возникающие в жестких слоях слоистой конструкции ТПР. Термомеханические относительные деформации в слоях рассчитываются в соответствии с обобщенным законом Гука. Необходимые пояснения приведены в подрисуночных надписях.

На рис. 2 показаны распределения напряжений на верхней поверхности подложки в зависимости от жесткости клеевого шва. При уменьшении его жесткости напряжения уменьшаются, а их распределение по поверхности платы, где расположены резистивные элементы, становится более равномерным, что приводит к стабилизации электропараметров ТПР и стабилизации метрологических характеристик микросхемы в целом. На рис. 3 показано распределение напряжений по поверхности подложки в зависимости от материала основания.

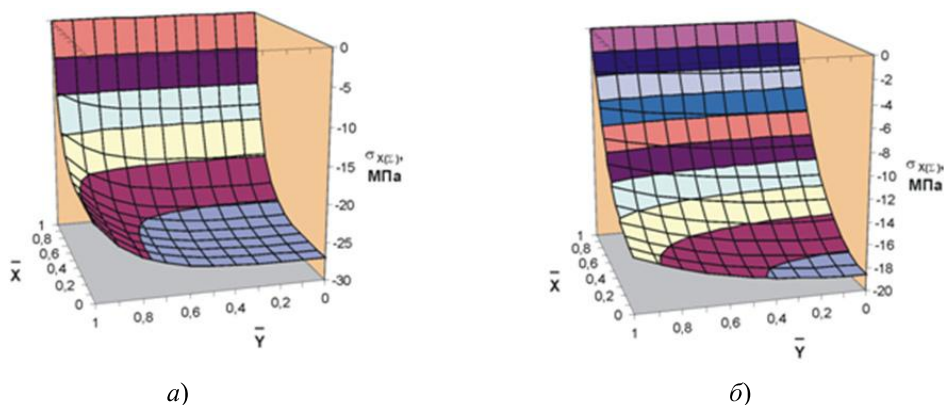


Рис. 2. Напряжения  $\sigma_{x(\Sigma)}$  на верхней поверхности подложки.  
Материал основания – АГ-4В: а –  $G = 500$  МПа; б –  $G = 50$  МПа

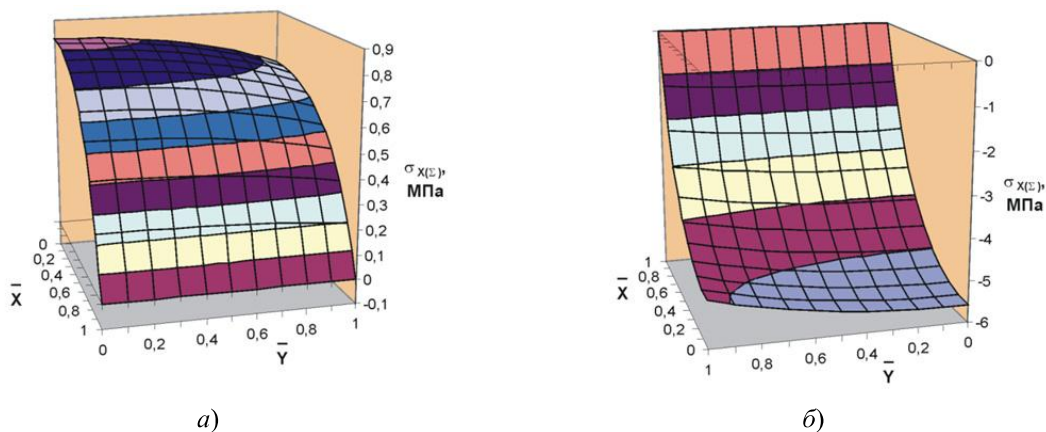


Рис. 3. Напряжение  $\sigma_{x(\Sigma)}$  для материала основания:  
 а – 29НК; б – керамика ВК-99

На рис. 4 приведены зависимости напряжений  $\sigma_{x(\Sigma)}$  от толщины подложки.

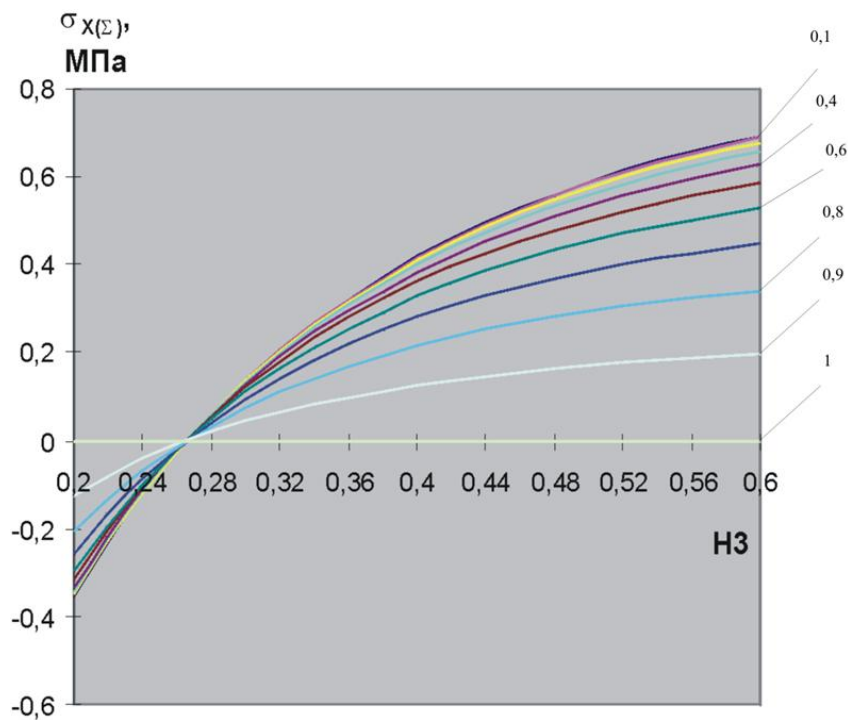


Рис. 4. Максимальные напряжения  $\sigma_{x(\Sigma)}$  на верхней поверхности подложки при  $y = 0$  для материала основания 29НК

Как следует из анализа рис. 4, оптимальная толщина подложки, при которой в рассматриваемой конструкции ТПР термомеханические напряжения равны нулю, составляет  $H_3 = 0,265$  мм. Цифрами на графиках показаны значения безразмерной координаты  $\bar{x}$ , которая изменяется от 0 до 1. Это позволяет обосновать проектные решения при разработке РЭС ответственного назначения.

### Выводы

Численное исследование по моделированию НДС большого числа типоразмеров микросборок, содержащих многослойные платы, показало, что для обеспечения их стабильных метрологических характеристик в процессе эксплуатации на технологических операциях изготовления необходимы обязательный контроль толщины клеевого шва и применение более мягких клеев.

При конструировании толстых плат в зависимости от применяемых размеров и материалов слоев следует выбирать их оптимальные геометрические параметры, обеспечивающие минимизацию и более равномерное распределение термомеханических напряжений в зонах расположения тензорезистивных элементов. Кроме того, необходимо научно обоснованно выбирать максимальное допустимое давление технологической опрессовки корпусов микросборки, которое существенно влияет на НДС слоев плат [3] и электропараметры микросборки.

Применение математического моделирования НДС сложных конструкций изделий на основе предложенных моделей позволяет на ранних этапах их проектирования за счет конструкторско-технологических решений создавать микросборки с повышенной точностью, термостабильностью и надежностью в требуемом эксплуатационном режиме.

### Список литературы

1. Юрков, Н. К. Технология радиоэлектронных средств : учеб. / Н. К. Юрков. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2012. – 640 с.
2. Гладкий, С. Л. Интеллектуальное моделирование физических проблем / С. Л. Гладкий, Н. А. Степанов, Л. Н. Яницкий. – М. ; Ижевск : НИЦ «Регуляция и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 200 с.
3. Литвинов, А. Н. Прикладные модели механики гетерогенных структур изделий приборостроения : моногр. / А. Н. Литвинов, М. А. Литвинов, В. В. Смогунов ; под ред. В. В. Смогунова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2009. – 320 с.
4. Лугин, А. Н. Экспериментальные исследования влияния термомеханических напряжений и ТКС тонкопленочных резисторов / А. Н. Лугин, А. Н. Литвинов, Н. В. Волков // Электронная промышленность. – Деп. № Р- 5512. 2001. – С. 28.
5. Литвинов, А. А. Тонкопленочные наборы резисторов при тепловых воздействиях / А. Н. Лугин, А. Н. Литвинов, М. М. Оземша // Петербургский журнал электроники. – 2001. – № 1. – С. 40–46.
6. Композиционные материалы в ракетно-космическом аппаратостроении / Г. П. Гардымов [и др.]. – СПб. : Спец. лит., 1999. – 217 с.
7. Бардзокас, Д. И. Математическое моделирование физических процессов в композиционных материалах периодической структуры / Д. И. Бардзокас, А. И. Зобнин. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 376 с.
8. Сендецки, Дж. Механика композиционных материалов / Дж. Сендецки. – М. : Мир, 1978. – 567 с.
9. Фокин, А. Г. Эффективные модули упругости композита, составленные из анизотропных слоев / А. Г. Фокин, Т. Д. Шернегор // Механика полимеров. – 1975. – № 3. – С. 408–413.
10. Литвинов, А. Н. Модель для расчета эффективных характеристик слоистых структур / А. Н. Литвинов, Д. В. Артамонов // Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий : материалы Междунар. науч.-практ. конф. – М. : МИЭМ НИУ ВирЭ, 2012. – С. 190–195.
11. Литвинов А. Н. Термомеханические напряжения в плоских ИС / А. Н. Лугин, А. Н. Литвинов // Петербургский журнал электроники. – 1998. – № 2. – С. 46–51.
12. Литвинов, А. Н. Уточненный расчет термомеханических напряжений в платах ИС / А. Н. Литвинов // Новые проникающие технологии. – М. : ЦНИИАтоминформ, 2001. – № 6 (299). – С. 8–9.
13. Литвинов, А. Н. Тепловой расчет чувствительного элемента датчика давления / А. Н. Литвинов // Новые проникающие технологии. – М. : ФГУП «ЦНИИЛОГ» Росатом, 2009. – № 6. – С. 15–48.
14. Литвинов, А. Н. Анализ НДС корпусов микросборок в процессе производственно – технологического цикла их изготовления / А. Н. Литвинов, М. А. Ливнев // Инновации на основе информационных и коммуникационных технологий : сб. тр. Междунар. науч.-практ. конф. – М. : МИЭМ, 2010. – С. 248–250.
15. Литвинов, А. Н. Проектирование термостабильных круглых многослойных упругих элементов / А. Н. Литвинов // Методы и средства измерения в системах контроля и управления : тр. Междунар. конф. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2002. – С. 33–35.
16. Свидетельство об оригинальной регистрации программы для ЭВМ № 2005612/65-2005. Расчет НДС конструкции тонкопленочных резисторов «DefoRM» / А. Н. Лугин, А. Н. Ливнев, М. Н. Озенала, М. А. Литвинов. – М., 2005.
17. Моделирование нестационарных тепловых полей электрорадиоэлементов / Н. К. Юрков, В. Б. Алмаметов, А. В. Авдеев, А. В. Затылкин, Г. В. Таньков, В. Я. Баннов // Надежность и качество : тр. Междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2010. – Т. 2. – С. 446–449.
18. Юрков, Н. К. Имитационное моделирование технологических систем : учеб. пособие / Н. К. Юрков. – Пенза : Изд-во ППИ, 1985. – 71 с.

19. Юрков, Н. К. Моделирование температурного градиента индукции в зазоре магнитной системы обратных преобразователей акселерометров / Н. К. Юрков, Д. А. Скаморин // Надежность и качество : тр. Междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2008. – Т. 1. – С. 398–400.
20. Юрков, Н. К. Математическое моделирование конструкций РЭС в электронной среде / Н. К. Юрков, В. Б. Алмаметов, И. И. Кочегаров // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2002. – № 3. – С. 41–43.

**УДК 621.316.867:539.216**

**Литвинов, А. Н.**

**Моделирование напряженно-деформированного состояния в слоистых структурах РЭС при технологических и эксплуатационных воздействиях / А. Н. Литвинов, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 3. – С. 16–22.**

**Литвинов Александр Николаевич**

доктор технических наук, профессор,  
кафедра теоретической и прикладной механики,  
Пензенский государственный университет  
440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40.  
(8412) 36-82-75  
E-mail: litvinov@pnzgu.ru

**Юрков Николай Кондратьевич**

доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой,  
кафедра конструирования  
и производства радиоаппаратуры,  
Пензенский государственный университет  
440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40.  
(841-2) 56-43-46  
E-mail: yurkov\_NK@mail.ru

**Аннотация.** В работе обосновано применение адекватных прикладных моделей к анализу сложных радиоэлектронных средств ответственного назначения, многие элементы которых имеют слоистую структуру (или могут быть сведены к ней). Дается анализ применяемых математических моделей для моделирования напряженно-деформированного состояния в слоистых элементах радиоэлектронных средств ответственного назначения при внешних воздействиях на этапах их производства и эксплуатации. Показано, что существующие модели не в полной мере учитывают явления и процессы, происходящие в гетерогенных структурах изделий, и нуждаются в уточнении и совершенствовании. Рассмотрен пример моделирования напряженно-деформированного состояния многослойной структуры микросборки при тепловых воздействиях.

**Ключевые слова:** модель, многослойная структура, напряженно-деформированное состояние, внешнее воздействие.

**Litvinov Aleksandr Nikolaevich**

doctor of technical sciences, professor,  
sub-department of theoretical and applied mechanics,  
Penza State University  
440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia  
(841-2) 36-82-75  
E-mail: litvinov@pnzgu.ru

**Yurkov Nikolay Kondrat'evich**

doctor of technical science, professor,  
head of sub-department of radio equipment  
design and production,  
Penza State University  
440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia  
(841-2) 56-43-46  
E-mail: yurkov\_NK@mail.ru

**Abstract.** The application of adequate models application to the analysis of complex radio-electronic means of responsible destination, many of the elements which have a layered structure (or can be reduced to it). The analysis of mathematical models for simulation of stress-strain State in layered elements of radioelectronic facilities responsible assignments with external influences throughout their production and operation. Shows that the existing models do not fully take into account the phenomena and processes occurring in heterogeneous product structures, and need to be clarified and improved. An example of modeling of stress-strain State of multilayer structure by thermal effects.

**Key words:** model, multi-layer structure, the stress-strain State, external impact.