

## МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОДВИЖНЫМ ОБЪЕКТОМ

А. В. Полтавский, Н. К. Юрков

### Введение

Интегрирование показаний вертикального измерителя – акселерометра инерциальной навигационной системы (ИНС) в БЦВМ высокоманевренного БЛА приводит к неустойчивым решениям для скорости  $V$  и положения  $\rho$  за счет вредного влияния обратной связи по гравитационному ускорению, что прямо следует из уравнения ошибок [1, 3, 4]:

$$\delta d^2\rho/dt^2 - 2f(\delta\rho)/\rho = r'. \quad (1)$$

Для требуемого безопасного функционирования системы управления (СУ) высокоманевренного беспилотного летательного аппарата (БЛА) очень важно, чтобы  $\delta\rho/dt$  и  $\rho$  определялись датчиками измерительной системы с большой точностью. Информация об этих параметрах используется [2–4]:

- при выполнении маневра в вертикальной плоскости;
- при стабилизации высоты полета;
- компенсации ошибок при показаниях горизонтальных акселерометров.

### Метод и алгоритмы решения задачи

С датчиков информационно-измерительной системы в бортовую цифровую вычислительную машину (БЦВМ) БЛА поступают значения инерциальной скорости (выход первого интегратора ИНС) и барометрической высоты  $H_6$ . В блоке компенсации методических ошибок (КМО) ИНС происходит компенсация методических ошибок инерциальной скорости. Для модификации работы алгоритма в КМО примем следующую модель сигнала  $H_6$  с барометрического датчика БЛА

$$H_6[n+1] = H[n+1] - H'[n+1]\tau, \quad (2)$$

где  $H, H'$  – точные значения высоты и вертикальной скорости;  $\tau$  – временная константа.

Разность сигналов с двух датчиков информации образуется по формуле

$$Z[k+1] = H_n[k+1] - H_6[k+1], \quad (3)$$

где  $H_n[k+1]$  получается в результате интегрирования вертикальной скорости.

Переход  $t[k] \rightarrow t[k+1]$  к ошибке в координате определяется так:

$$y_1[k+1] = H_n[k+1] - H[k+1] = y_1[k] + \Delta\hat{y}_2[k]\Delta t.$$

Изменение этой ошибки в текущий момент получим путем раскрытия выражения для  $Z$ :

$$Z[k+1] = y_1[k] + \Delta\hat{y}_2[k]\Delta t + \Delta\hat{y}_2[k]\tau + V[k+1].$$

Ошибка  $\Delta Z[k+1]$  определяется следующей зависимостью:

$$\Delta Z[k+1] = \Delta y_1^- [k+1] + V[k+1] = \Delta\hat{y}_1 [k] + \Delta\hat{y}_2 [k](\tau + \Delta t) + V[k+1],$$

а ошибки экстраполяции модели подсчитываются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \Delta y_1^- [k+1] &= \Delta\hat{y}_1 [k] + k_1(\tau + \Delta t)\Delta\hat{y}_2 [k]; \\ \Delta y_2^- [k+1] &= k_1\Delta\hat{y}_2 [k] + k_3\Delta\hat{y}_3 [k]; \\ \Delta y_3^- [k+1] &= k_2\Delta\hat{y}_2 [k] + k_1\Delta\hat{y}_3 [k] + \theta r[k]. \end{aligned} \quad (4)$$

Для определения ковариационных моментов  $P_{ij}[k+1]$  необходимо подсчитать дисперсию, вносимую шумом  $\theta r$ . После несложных преобразований (4) находим, что на каждом шаге  $\Delta t$  приращение дисперсии  $P_{22}^-[k+1]$ , определяемое шумом  $\theta r$ , будет зависимости:

$$\begin{aligned} P_{11}^-[k+1] &= P_{11}^+[k] + k_1^2 (\tau + \Delta t)^2 P_{22}^+[k] + 2k_1 (\tau + \Delta t) P_{12}^+[k]; \\ P_{12}^-[k+1] &= k_1 P_{12}^+[k] + k_1^2 (\tau + \Delta t) P_{22}^+[k] + k_3 P_{13}^+[k] + k_1 k_3 (\tau + \Delta t) P_{23}^+[k]; \\ P_{13}^-[k+1] &= k_2 P_{12}^+[k] + k_1 k_2 (\tau + \Delta t) P_{22}^+[k] + k_1 P_{13}^+[k] + k_1^2 (\tau + \Delta t) P_{23}^+[k]; \\ P_{22}^-[k+1] &= k_1^2 P_{22}^+[k] + k_3^2 P_{33}^+[k] + 2k_1 k_3 P_{23}^+[k]; \\ P_{23}^-[k+1] &= k_1 k_2 P_{22}^+[k] + (k_1^2 + k_2 k_3) P_{23}^+[k] + k_1 k_3 P_{33}^+[k]; \\ P_{33}^-[k+1] &= k_2^2 P_{22}^+[k] + k_1^2 P_{33}^+[k] + 2k_1 k_2 P_{23}^+[k]. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения для оценок фазовых координат имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \hat{y}_1[k+1] &= y_1^-[k+1] + k_{\phi 1} (z[k+1] - y_1^-[k+1]); \\ \hat{y}_2[k+1] &= y_2^-[k+1] + k_{\phi 2} (z[k+1] - y_1^-[k+1]); \\ \hat{y}_3[k+1] &= y_3^-[k+1] + k_{\phi 3} (z[k+1] - y_1^-[k+1]); \\ k_{\phi 1} &= (P_{11}^-[k+1]) / (P_{11}^-[k+1] + \sigma_v^2[k+1]); \\ k_{\phi 2} &= (P_{12}^-[k+1]) / (P_{11}^-[k+1] + \sigma_v^2[k+1]); \\ k_{\phi 3} &= (P_{13}^-[k+1]) / (P_{11}^-[k+1] + \sigma_v^2[k+1]). \end{aligned} \quad (6)$$

Апостериорные значения ковариационных моментов будут следующими:

$$\begin{aligned} P_{11}^+[k+1] &= (1 - k_{\phi 1}) P_{11}^-[k+1]; \\ P_{12}^+[k+1] &= (1 - k_{\phi 1}) P_{12}^-[k+1]; \\ P_{13}^+[k+1] &= (1 - k_{\phi 1}) P_{13}^-[k+1]; \\ P_{22}^+[k+1] &= P_{22}^-[k+1] - k_{\phi 2} P_{12}^-[k+1]; \\ P_{23}^+[k+1] &= P_{23}^-[k+1] - k_{\phi 3} P_{12}^-[k+1]; \\ P_{33}^+[k+1] &= P_{33}^-[k+1] - k_{\phi 3} P_{13}^-[k+1]. \end{aligned} \quad (7)$$

Полученный адаптивный алгоритм фильтрации разработан в [3] и реализован на языке высокого уровня программирования C++ и апробирован в [6].

### **Работа алгоритма в модели СУБЛА**

Моделирование работы фильтра ИНС СУБЛА на ЭВМ производилось при НУ [3, 4]:

$$P_{11}[0] = 250 \text{ м}^2; P_{22}[0] = 25 \text{ м}^2/\text{с}^2; P_{33}[0] = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^4; \sigma_v^2 = 250 \text{ м}^2; (\Delta t^3/3)V = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}^4.$$

Математическая модель БЛА включает в себя уравнения движения центра масс, движения относительно центра масс и уравнения, описывающие систему управления БЛА. Модели системы управления БЛА включают: уравнения основного измерителя – активная радиолокационная головка самонаведения (АРГС), алгоритмы фильтрации и алгоритмы сигналов управления, модели автопилота с измерителями и рулевыми приводами и модели двигательной установки [3, 4].

Для решения задачи наведения БЛА в заданную область объекта-цели примем уравнения модели движения ЛА в инерциальной системе координат (ИСК) в виде [3, 4]

$$\begin{aligned} d\bar{R} &= \bar{V} dt, & \bar{R}(t_0) &= \bar{R}_0, \\ d\bar{V} &= \bar{W} dt, & \bar{V}(t_0) &= \bar{V}_0, \\ d\bar{W} &= (A_{\text{гв}}[\bar{U}]) dt, & \bar{W}(t_0) &= \bar{W}_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Данная модель соответствует некоторым конкретным образцам современных БЛА.

При решении уравнений (8) управляющий вектор ускорения определяется через проекции вектора ускорения на оси поточной СК ЛА как

$$\bar{U} = [\bar{W} + \bar{W}_U], \bar{W}_U = [\bar{W}_{ux}, \bar{W}_{uy}, \bar{W}_{uz}]^T,$$

Пересчет координат осуществляется с помощью матрицы перехода от поточной к инерциальной системе координат  $A_{gv}$ , которая постоянно корректируется. Таким же образом осуществляется вычисление матрицы перехода от связанной СК БЛА к ИСК  $A_{gx_i}$  через известную угловую скорость вращения БЛА. С помощью стандартных подпрограмм формируется матрица перехода от СК измерителя к ИСК  $A_{gI}$ , затем вычисляются углы пеленга координатора. Управляющее ускорение  $W_{ux}$ , действующее по оси  $X$  в поточной СК, изменяет модуль скорости  $|\bar{V}|$

$$W_{ux} = \dot{V} = [P_x - (C_{x0} + C_{xi} \cdot \alpha_n^2) \rho S_k V^2 / 2] / m, \quad (9)$$

где  $C_{x0}, C_{xi}$  – аэродинамические коэффициенты;  $S_k, P_x, m$  – соответственно площадь крыла, тяга двигателя и масса;  $\rho$  – плотность воздуха,  $\alpha_n$  – параметр углов атаки и скольжения ЛА.

Управляющие ускорения  $W_{uy}, W_{uz}$  зависят от углов отклонения рулей  $\delta_y$  и  $\delta_z$  в соответствующих плоскостях управления. Связи, формирующее  $W_{uy}$ , имеют вид

$$W_{uy} = \Psi(V, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \alpha, \delta_y, \omega_z, \delta_m, \omega_{zm}, K_1, \dots, K_2, T_1, \dots, T_2, \delta_m \dot{\delta}_m, W_{Tm}, W_{TP}), \quad (10)$$

где  $a_1 \dots a_5$  – аэродинамические коэффициенты;  $K_1, \dots, T_2$  – соответствующие коэффициенты и параметры автопилота;  $\delta_m \dot{\delta}_m \dots W_{Tm}$  – учетные ограничения по углу, угловой скорости рулей и максимальному ускорению соответственно [3, 4].

Система связей, формирующих  $W_{uz}$ , имеет аналогичный вид. При формировании  $W_{uy}, W_{uz}$ , как видно из (10), *учитываются как ограничения по мощности приводов управления, так и ограничения по положению управляющих органов.*

Формирование требуемого управления движением центра масс ЛА производится в блоке формирования управляющих сигналов по информации (оценкам) о координатах, скорости, ускорении цели и ЛА. Алгоритм управления (закон управления ЛА) объектом формируется на основе оценок алгоритма обработки информации (АОИ) в виде [3, 4]:

$$\begin{aligned} \hat{D}_u &= \hat{R}_u - \hat{R}, \hat{V}_r = \hat{V}_u - \hat{V}, \omega_{DI} = A_{gI} \left( \left[ \hat{D}_u \right] / \left( \left[ \hat{D}_u \right] \times \left[ \hat{V}_r \right] \right) \right), \\ \bar{W}_{TP} &= K_\lambda \left( \left| \hat{V}_r \right| \omega_D \right) + K_\rho (T_u \hat{W}_u - T \hat{W}). \end{aligned} \quad (11)$$

Алгоритм фильтрации в БЦВС БЛА формируется на основе уравнений измерителя:

$$d\hat{Y}(t) = (A\hat{Y}(t) + K(t)[Z(t) - C\hat{Y}(t)])dt.$$

Коэффициенты АОИ  $K(t)$  определяются из уравнений Риккати или находятся путем параметрической оптимизации методом неградиентного случайного поиска (НСП). Для решения задачи наведения в БЦВМ БЛА предлагается использовать уравнения, связывающие дисперсионные ошибки в АОИ. Эти уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{P}_{11} &= 2P_{12} - (P_{11} \cdot P_{11}) / Q, & P_{11}(t_0) &= \theta_{11}, \\ \dot{P}_{12} &= P_{22} - P_{13} - (P_{11} \cdot P_{12}) / Q, & P_{12}(t_0) &= \theta_{12}, \\ \dot{P}_{13} &= P_{23} - (P_{11} \cdot P_{13}) / Q - P_{13} / Tu, & P_{13}(t_0) &= \theta_{13}, \\ \dot{P}_{22} &= 2P_{23} - (P_{12} \cdot P_{12}) / Q, & P_{22}(t_0) &= \theta_{22}, \\ \dot{P}_{23} &= P_{33} - (P_{12} \cdot P_{13}) / Q - P_{23} / Tu, & P_{23}(t_0) &= \theta_{23}, \\ \dot{P}_{33} &= -2P_{33} / Tu - (P_{13} \cdot P_{13}) / Q + G / (Tu \cdot Tu), & P_{33}(t_0) &= \theta_{33}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $P_{11} \dots P_{33}$  – моменты ошибок оценивания вектора состояния модели движения;  $P_{11}(t_0), \dots, P_{33}(t_0)$  – начальные моменты. В установившемся состоянии значения коэффициентов принимают алгебраический вид [3, 4]

$$K_r = P_{11} / Q; K_v = K_r^2 / 2; K_w = K_r^4 / (8(K_r + 1/T_u)),$$

где  $P_{11}$  – установившееся значение дисперсии ошибки оценки фильтрации.

Комплексирование вышеуказанных алгоритмов коррекции и имеющихся (12) используется в АОИ ИНС при формировании закона управления БЛА (8).

Математическая модель активной радиолокационной головки самонаведения (модель основного измерителя) включает модель моноимпульсного пеленгатора цели с суммарно-разностной обработкой сигнала и имеет два канала сопровождения цели: по скорости сближения (по доплеровской частоте) и по угловым координатам. Модель АРГС является составной частью основного измерителя–слеящего координатора цели с ИК доводчиком на матрице ПЗС. Вероятность такого события равна искомой вероятности:  $P_{tr} = P(\Delta\zeta_{01} \geq 0, \Delta\zeta_{02} \geq 0, \dots, \Delta\zeta_{0,k-1} \geq 0)$ . После интегрирования плотности распределения разностей мер схожести можно получить достаточно известную формулу для подсчета величины вероятности правильности распознавания объекта-цели как

$$P_{\text{по}} = \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty f(\Delta\zeta_{01}, \Delta\zeta_{02}, \dots, \Delta\zeta_{0,k-1}) d(\Delta\zeta_{01}) d(\Delta\zeta_{02}) \dots d(\Delta\zeta_{0,k-1}), \quad (13)$$

где  $f(\Delta\zeta_{01}, \Delta\zeta_{02}, \dots, \Delta\zeta_{0,k-1})$  –  $(k-1)$ -мерная плотность распределения вероятностей разностей мер схожести  $\Delta\zeta_{0,l}$ , образующихся в нулевом и  $l$ -м каналах. Числовые характеристики распределений одномерных случайных величин  $\Delta\zeta_{0,l}$ ,  $l = 0, 1, \dots, k-1$  будут одинаковы и равны  $m_{\Delta\zeta_{0l}} = 2k$ ,  $\sigma_{\Delta\zeta_{0l}}^2 = 2k\sigma_{\text{вх}}^2$ . Корреляционные моменты и коэффициенты корреляции СВ будут соответственно  $\Delta\zeta_{0,l}, \Delta\zeta_{0,m}$ :

$$K_{\Delta\zeta_{0,l}, \Delta\zeta_{0,m}} = k\sigma_{\text{вх}}^2, \quad r = 0, 5. \quad (14)$$

Корреляционная матрица имеет порядок, равный  $k-1$ , и одинаковые строчные суммы, равные  $k$ . Максимальное по модулю характеристическое число  $\lambda_1 = k$ . Остальные характеристические числа будут  $\lambda_2 = \lambda_3 = \dots = \lambda_{k-1} = 1$ . Многомерную плотность распределения, необходимую для вычисления вероятностей правильного распознавания зашумленного сигнала нулевого класса, находим как

$$f(\Delta\zeta_{01}, \Delta\zeta_{02}, \dots, \Delta\zeta_{0,k-1}) = \frac{1}{2\pi^{\frac{k-1}{2}} k^{\frac{k}{2}} \sigma_{\text{вх}}^{k-1}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{m=1}^{k-1} c_{lm} (\Delta\zeta_{0l} - k)(\Delta\zeta_{0m} - k)\right\}, \quad (15)$$

где элементы  $c_{lm}$  матрицы  $C$  выражаются через алгебраические дополнения  $S_{lm}$  и определитель  $|K| \rightarrow c_{lm} = \frac{S_{lm}}{|K|}$ ,  $l, m = 1, 2, \dots, k-1$ ,  $|K| = k^k \sigma_{\text{вх}}^{2(k-1)}$ ,  $S_{ll} = (k-1)k^{k-2} \sigma_{\text{вх}}^{2(k-2)}$ ,  $S_{lm} = -k^{k-2} \sigma_{\text{вх}}^{2(k-2)}$ ,  $l, m = 1, 2, \dots, k-1$ .

Приведенные выше модели и алгоритм распознавания образов-объектов используется бортовым компьютером БЛА для решения задачи распознавания объекта-цели с применением критерия вероятности правильного обнаружения  $P_{\text{по}}$  объекта в реальном масштабе времени, а также при возможной «привязке» в определении собственных координат в локальной навигационной системе (ЛНС) [4].

В результате имитационного моделирования наведения БЛА для вышеуказанных НУ получены дисперсии ошибок оценок высоты и вертикальной скорости БЛА. После трех минут эксперимента (испытаний моделей подвижных объектов) работы фильтра (установившиеся значения дисперсионной матрицы) в составе комплексированной ИНС БЛА дисперсии ошибок оценок высоты и вертикальной скорости составили  $P_{11}[к] = 20 \text{ м}^2$ ;  $P_{22}[к] = 0,003 \text{ м}^2/\text{с}^2$ , что привело к значительному улучшению показателя качества наведения (навигации БЛА) в заданную область  $P_n \approx 1$ .

### Заключение

В заключении работы следует отметить, что реализация предложенных адаптивных моделей и алгоритмов фильтрации в системе управления высокоманевренного БЛА в БЦВМ потребует 700 ячеек постоянного запоминающего устройства (ПЗУ) и 40 ячеек оперативного запоминающего устройства (ОЗУ). Надо заметить, что предложенная модель алгоритма также адаптивна в комбинациях с лазерными, гравитационными и радиолокационными датчиками в перспективных локальных (автономных) и комплексированных навигационных системах многофункциональных комплексов БЛА [3, 4].

Предлагаемый алгоритм фильтрации необходим для работы локальной ИНС БЛА в условиях перерыва информации в линии связи СУ, в условиях организованных помех РЭБ [4], радиационной опасности и т.д., что очень важно, т.е. может быть использован в алгоритмах управления обеспечения безопасности полетов БЛА [5].

### Список литературы

1. Багратуни, Г. В. Курс сфероидической геодезии / Г. В. Багратуни. – М. : Геодезиздат, 1962. – 186 с.
2. Броксмейсер, Ч. Ф. Системы инерциальной навигации : пер. с англ. / Ч. Ф. Броксмейсер. – М. : Судостроение, 1967. – 279 с.
3. Полтавский, А. В. Модель адаптивной системы управления беспилотным ЛА / А. В. Полтавский // Научный вестник МГТУ ГА. – 2008. – № 130. – С. 167–171.
4. Полтавский, А. В. Математическая модель информационно-ударного комплекса БЛА / А. В. Полтавский // Боеприпасы. – 2008. – № 1. – С. 19–24.
5. Полтавский, А. В. Управление безопасностью движения БЛА / А. В. Полтавский // Датчики и системы. – 2008. – № 9. – С. 4–8.
6. Пат. РФ № 2302030. Адаптивная система управления БЛА по крену и тангажу / А. В. Полтавский [и др.]. – 2007.

УДК 629.7.05

*Полтавский, А. В.*

**Модификация модели системы управления подвижным объектом / А. В. Полтавский, Н. К. Юрков // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 1(5). – С. 65–70.**

*Полтавский Александр Васильевич*

доктор технических наук,  
старший научный сотрудник,  
Институт проблем управления  
Российской академии наук им. В. А. Трапезникова  
(117997, Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65)  
E-mail: avp57avp@yandex.ru

*Юрков Николай Кондратьевич*

доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой,  
кафедра конструирования  
и производства радиоаппаратуры,  
Пензенский государственный университет  
(440026, Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)  
(8412) 56-43-46  
E-mail: yurkov\_NK@mail.ru

*Poltavskiy Aleksandr Vasil'evich*

doctor of technical sciences, senior staff scientist,  
Institute of management problems  
of Russian academy of sciences  
named after V. A. Trapeznikov  
(117997, 65 Profsoyuznaya street, Moscow, Russia)

*Yurkov Nikolay Kondrat'evich*

doctor of technical sciences, professor,  
head of sub-department of radio equipment  
design and production,  
Penza State University  
(440026, 40 Krasnaya street, Penza, Russia)

**Аннотация.** В настоящее время стоит проблема навигации высокоманевренных беспилотных летательных аппаратов (БЛА) по высоте как с коррекцией от спутника, так и от других систем. Если ошибки определения точности координат высокоманевренного управляемого БЛА в плоскости горизонта являются допустимыми, то ошибки в определении координат по высоте могут составлять недопустимые отклонения. Одним из способов решения этого вопроса является определение координат управляемого объекта с помощью предлагаемых адаптивных моделей фильтрации, адаптивных к современным техническим цифровым устройствам, применяемым в системах управления современными БЛА.

**Ключевые слова:** инерциально-навигационная система, бортовая цифровая вычислительная машина, ковариационные моменты, алгоритм фильтрации, управление в коррекции, беспилотные летательные аппараты.

**Abstract.** At the moment there is a problem of navigation of an unmanned aircraft along altitude with Satellite adjustment as well as with other systems. While coordinates determination errors of maneuverable controllable UAV «in horizont» are acceptable, they may become unacceptable along altitude. One of the ways to solve this problem is to determine coordinates of a controllable object with the help of presented models of filtration that are adaptable to modern technical digital appliances.

**Key words:** inertial navigation system, onboard computational machine, covariational moments, algorithm of filtration, control in correction, unmanned aircrafts.