УДК 519.284.681.51;718.2

К ПРОБЛЕМЕ ОЦЕНКИ СРЕДНЕЙ НАРАБОТКИ ДО КРИТИЧЕСКОГО ОТКАЗА ТЕХНОГЕННО-ОПАСНОГО ОБЪЕКТА

Г. С. Садыхов, В. П. Савченко

Системный анализ безопасности ограничивается выявлением факторов и обстоятельств, влияющих на появление аварий, катастроф, чрезвычайных ситуаций, других нештатных ситуаций, а также разработкой предупредительных мероприятий, снижающих вероятность их появления.

В задаче распознавания состояния безопасности сложных технических систем (СТС) наиболее точное решение может быть получено, если оно принимается на основе достаточного количества исходных данных. В большинстве практических задач все многообразие состояний СТС может быть сведено к нескольким классам, число которых невелико ввиду ограниченного набора действий, принимаемых в том или другом состоянии. В простейшем случае речь идет о двух состояниях СТС (опасное или неопасное, устойчивое или неустойчивое и т.д.). В подобных задачах проводится измерение каких-либо физических параметров, характеризующих состояние СТС, и классификация состояний СТС осуществляется по полученным значениям [1].

Пусть $(\tau, \tau+l]$ – заданный опасный интервал времени эксплуатации техногенно-опасного объекта. Под опасным интервалом будем подразумевать такой период штатной эксплуатации, на котором возможный отказ объекта носит критический характер, приводящий к авариям и катастрофам. Тогда наработкой объекта до критического отказа служит величина

$$\zeta_l(\tau) = \begin{cases} \zeta & \text{при} \ \ \zeta \in (\tau, \tau+l); \\ \tau+l & \text{при} \ \ \zeta \geq \tau+l, \end{cases} \tag{1}$$

где ζ – наработка до критического отказа.

Применение известных показателей, таких как средняя наработка до отказа и гамма-процентный ресурс для количественной оценки наработки до критического отказа, не совсем корректно, так как найденные значения этих показателей могут выходить за пределы опасного интервала.

В связи с этим определим среднюю наработку до критического отказа по формуле

$$\rho_l(\tau) = \langle \zeta_l(\tau) \rangle, \tag{2}$$

где $\langle \quad \rangle$ – символ математического ожидания величины (1).

Перечислим следующие оценки показателя $\rho_l(\tau)$, установленные нами:

1. Справедлива следующая двухсторонняя оценка показателя (2): $\tau < \rho_l(\tau) \leq \tau + l,$ причем знак равенства в правой части достигается тогда и только тогда, когда $P(\tau) = P(\tau+l)$, здесь $P(\cdot)$ – вероятность безотказной работы объекта в течение времени, указанного внутри скобок.

2. Для любого момента времени $\tau > \tau_0$ имеет место следующая оценка: $\rho_l(\tau) > \rho_l(\tau_0)$.

3. Точечной оценкой показателя (2) служит следующая величина:

$$\hat{\rho}_l^{(n)}(\tau) = \frac{1}{n-k}\left(\sum_{i=1}^{m} z_i + (n-k-m)(\tau+l)\right), \tag{3}$$

где k – число отказавших объектов в течение времени τ из всех наблюдаемых (испытанных) однотипных объектов в количестве n ($k \neq n$); z_i – наработка до критического отказа i-го объекта из числа m всех отказавших на интервале $(\tau, \tau+l)$.

4. Справедлива следующая формула:

$$\left\langle \rho_l^{(n)}(\tau) \right\rangle = \tau + K_n(\tau) r_l(\tau), \tag{4}$$

где $r_l(\tau) = \frac{1}{P(\tau)} \int\limits_{\tau}^{\tau+l} P(x)\,dx$, $K_n(\tau) = 1 - (1 - P(\tau))^n$. Поскольку [2] $\rho_l(\tau) = \tau + r_l(\tau)$, то из (4) следует, что точечная оценка (3) смещенная. Для ликвидации смещения вместо оценки (3) предлагается использовать оценку

$$\tilde{\rho}_l^{(n)}(\tau) = \tau + \tilde{r}_l^{(n)}(\tau), \tag{5}$$

где $\tilde{r}_l^{(n)}(\tau) = \frac{1}{K_n(\tau)(n-k)} \left(\sum\limits_{i=1}^{m} (z_i - \tau) + (n - k - m) l \right)$.

Поскольку $\left\langle \tilde{r}_l^{(n)}(\tau) \right\rangle = r_l(\tau)$, то справедливо соотношение $\left\langle \tilde{\rho}_l^{(n)}(\tau) \right\rangle = \rho_l(\tau)$. Следовательно, оценка (5) не смещенная.

При малых объемах выборки уровень доверия к точечной оценке (5) крайне низок.

5. Нижней доверительной границей показателя $\rho_l(\tau)$ при доверительной вероятности p ($0 < p < 1$) служит следующая величина:

$$\underline{\rho_l^{(n)}}(\tau) = \tilde{\rho}_l^{(n)}(\tau) - \frac{l}{K_n(\tau)} \sqrt{\frac{-\ln(1-p)}{2(n-k)}}.$$

Таким образом, определен показатель средней наработки до критического отказа и установлены его оценки. Пусть задано время t, в течение которого необходимо провести некоторый эксперимент с однотипными системами с двумя противоположными исходами, например, «хорошо» или «плохо» в социальных системах; «отказ» или «безотказность» в технических системах и т.д. Требуется определить n_0 – минимальное количество однотипных систем для объективного проведения выборочного эксперимента.

В целях определения искомой величины n_0 воспользуемся терминологией, сложившейся в теории надежности при проведении испытаний на долговечность.

Пусть τ – наработка до отказа некоторой системы. Введем следующую величину:

$$\eta(t) = \begin{cases} \tau, \text{ если } \tau < t; \\ t, \text{ если нет отказа внутри интервала } (0, t). \end{cases}$$

Следовательно, величина $\eta(t)$ – безотказная наработка системы в течение времени t. Определим среднюю долю безотказной наработки (СДБН) по следующей формуле [3]:

$$J(t) = \left\langle \frac{\eta(t)}{t} \right\rangle, \tag{6}$$

где $\langle\ \ \rangle$ – символ математического ожидания.

Формула (6) позволяет записать точечную оценку показателя СДБН в виде

$$\hat{J}_n(t) = \frac{1}{nt} \left(\sum_{i=1}^{k} \tau_i + (n-k)t\right), \tag{7}$$

где n – количество однотипных систем, из которых k отказало в течение времени t; τ_i – наработка до отказа i-й системы ($i = 1, 2, \ldots, k$).

При малых объемах выборки степень доверия к точечной оценке показателя СДБН крайне низка, поэтому нами установлена следующая нижняя доверительная граница показателя СДБН при заданной доверительной вероятности p:

$$\underline{J_n}(t) = \hat{J}_n(t) - \sqrt{\frac{-\ln(1-p)}{2n}}. \tag{8}$$

Формула (3) позволяет определить минимальное количество однотипных систем, необходимое для проведения выборочного эксперимента.

В самом деле, из (8) находим $n = \dfrac{-\ln(1-p)}{2\left(\hat{J}_n(t) - \underline{J_n}(t)\right)^2}$.

Откуда с учетом оценки $\hat{J}_n(t) \le 1$, которая следует из (2), имеем [2, 3]

$$n \ge \frac{-\ln(1-p)}{2\left(1 - \underline{J_n}(t)\right)^2}. \tag{9}$$

Следовательно, искомое минимальное количество однотипных систем, необходимое для проведения выборочного эксперимента определится как целая правой части (9), т.е.

$$n_0 = \left[\frac{-\ln(1-p)}{2\left(1 - \underline{J_n}(t)\right)^2}\right], \tag{10}$$

где [ ] – символ целой части.

Из найденной формулы (10) видно, что:

1) если доверительная вероятность p стремится к 1, то объем выборки n_0 увеличивается и, напротив, если p уменьшается ($p \to 0$), то число систем n_0 для проведения выборочного эксперимента также уменьшается;

2) если значение нижней доверительной границы $\underline{J_n}(t)$ стремится к 1, то объем выборки увеличивается и, напротив, если значение $\underline{J_n}(t)$ уменьшается, то объем выборки также становится меньше.

Очевидно, что оба вывода хорошо согласуются с логикой проведения выборочного эксперимента. Полученная формула (10) для расчета минимального объема выборки для проведения выборочного эксперимента может быть использована и при планировании и проведении других видов выборочных экспериментов в различных областях науки.

Список литературы

1. Юрков, Н. К. К проблеме обеспечения безопасности сложных систем / Н. К. Юрков // Надежность и качество – 2011 : тр. междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2011. – Т. 1. – С. 104–106.
2. Садыхов, Г. С. Показатель безопасной наработки на заданном периоде времени эксплуатации техногенно-опасных объектов, его расчет и оценки / Г. С. Садыхов, О. В. Некрасова, А. Ферас // Фундаментальные проблемы системной безопасности : сб. ст. – М. : Вузовская книга, 2009. – Вып. 2. – С. 53–56.
3. Садыхов, Г. С. Теоретические основы методов расчета надежности изделий, изложенных в государственном стандарте ГОСТ 27.505-86 / Г. С. Садыхов // Надежность и контроль качества. – 1996. – № 2. – С. 3–9.

УДК 519.284.681.51;718.2

Садыхов, Г. С.

К проблеме оценки средней наработки до критического отказа техногенно-опасного объекта / Г. С. Садыхов, В. П. Савченко // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. С. 54–57.

Садыхов Гулам Садыхович
доктор технических наук, профессор,
кафедра математики,
Московский государственный
технический университет им. Н. Баумана
105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, 5.
E-mail: gsadykhov@gmail.com

Савченко Владимир Петрович
доктор технических наук, профессор,
генеральный директор,
ОАО «Радиотехнический институт
им. академика А. Л. Минца»,
127083, г. Москва, ул. 8 Марта, д.10, стр. 1.
(495) 614-04-51
E-mail: savchenko@rti-mints.ru

G. Sadyhov
Doctor of Technical Science, professor,
department of Mathematics, MGTU im. N. Baumana
105005, Moscow, 2 Baumansky street, 5.
E-mail: gsadykhov@gmail.com

V. Savchenko
Doctor of Technical Science, professor,
General Director,
Radiotekhnicheskiy institute of the name
of the academician A. L. Mintsa
127083, Moscow, 8 March street, 10, p. 1.
E-mail: savchenko@rti-mints.ru

Аннотация. Для техногенно-опасного объекта определен показатель «средняя наработка до критического отказа» и установлены его оценки. На основе сравнения характеристик надежности отказавших и неотказавших систем в течение заданного времени определяется минимальное количество систем, необходимое для проведения выборочного эксперимента.

Ключевые слова: отказ, вероятность, наработка до критического отказа, точечная оценка, нижняя доверительная граница, выборка, средний ресурс.

Abstract. For technogenic and dangerous object the indicator an average operating time to critical refusal is defined and its estimates are established. On the basis of comparison of characteristics of reliability of the refused and not refused systems during set time the minimum quantity of systems necessary for carrying out sampling experiment is defined

Key words: Refusal, probability, operating time to critical refusal, dot assessment, lower confidential bound, selection, average resource.